ВЕСТНИК
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА

СЕРИЯ 1

**МАТЕМАТИКА
МЕХАНИКА
АСТРОНОМИЯ**

ВЫПУСК 1

ЯНВАРЬ

2004

Научно-теоретический журнал
Издается с августа 1946 года

СОДЕРЖАНИЕ

Математика

Жабко А. П., Зарецкий Д. В. Устойчивость дифференциально-разностных систем с неопределенными параметрами . . . 3
Зубер И. Е. Канонические преобразования и стабилизация нелинейных дискретных систем управления . . . 6
Квитко А. Н. Метод построения программных движений для нелинейной нестационарной системы . . . 14
Крыжевич С. Г., Вольперт В. А. Об условиях Фредгольма и разрешимости эллиптических краевых задач в неограниченных цилиндрах . . . 22
Пономарева А. Ю., Чирков М. К. Оптимальные формы задания обобщенных конечно-нестационарных автоматных моделей . . . 33
Проскурников А. В. О свойствах системы управления, обеспечивающих малость установившегося выхода . . . 43
Степенко Н. А. О некоторых критериях диссипативности колебательных систем с переменными параметрами . . . 50
Товстик Т. М. Фильтрация стационарных процессов с рациональной спектральной плотностью 55

Механика

Аксенова О. А. Сопоставление фрактальной и статистической моделей шероховатости поверхности в задаче о рассеянии атомов разреженного газа . . . 61
Амосов А. С. Колебания тонкой цилиндрической оболочки с прямоугольным сечением . . . 67
Акчурин Т. Р., Мальков В. М. Теоретическое и экспериментальное исследование кручения эластомерного цилиндрического шарнира . . . 73
Греков М. А. Метод возмущений в задаче о деформации двухкомпонентного композита со слабо искривленной границей раздела . . . 81
Кликушина М. В. Устойчивость шарнирно опертой цилиндрической оболочки с прямоугольным поперечным сечением . . . 89
Мишина Э. Н., Птицына Т. Г. Деформация эллиптической оболочки под действием опоясывающей нагрузки . . . 96
Филиппов В. Б. Модель морского газопровода с учетом оледенения . . . 103

ИЗДАТЕЛЬСТВО
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

© Вестник Санкт-Петербургского университета, 2004

Астрономия

Орлов С. А., Холшевников К. В. Пылевой тор. III. Уравнения огибающей поверхности семейства траекторий изотропно выброшенных частиц с учетом движения узлов и перицентров 112

ГЛАВНАЯ РЕДКОЛЛЕГИЯ ЖУРНАЛА

Главный редактор **Л. А. Вербицкая**
Заместители главного редактора: **И. В. Мурин, В. Н. Троян**
Члены редколлегии: **Н. А. Беляев, С. Г. Инге-Вечтомов, А. Г. Морачевский, В. Т. Рязанов, Р. В. Светлов, Л. Е. Смирнов, П. Е. Товстик, И. Я. Фроянов, Т. Н. Пескова**
Ответственный секретарь **А. В. Суворов**

Редколлегия серии:

П. Е. Товстик (отв. редактор), *Н. Н. Петров* (зам. отв. редактора), *Т. В. Волошинова* (секретарь), *Т. А. Агекян, С. М. Ермаков, Г. А. Леонов, Н. Ф. Морозов, И. П. Мысовских, В. С. Новоселов, В. В. Петров, Л. А. Петросян, В. А. Плисс, Н. Н. Уральцева, Б. В. Филиппов, К. В. Холшевников*

Адрес редколлегии: 198504, Петродворец, Университетский пр., 28

Перевод статей на английский язык для журнала Vestnik St. Petersburg University Mathematics, выпускаемого издательством Allerton Press, Inc. (США), выполнен *Э. А. Гурмузовой.*

Редактор *Т. В. Семенова*
Техн. редактор *А. В. Борщева*
Номер подготовлен в LaTeX 2_ε
Компьютерная верстка *Ю. Ю. Тауриной, А. М. Вейшторт*

Лицензия ИД № 05679 от 24.08.2001

Подписано в печать 08.09.2004. Формат 70×100 1/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 10,08. Уч.-изд. л. 11,16. Заказ

Издательство СПбГУ. 199034, С.-Петербург, Университетская наб., 7/9.
Телефоны: 328-97-84, 323-76-30, 328-21-64.
e-mail:ts@ts2340.spb.edu

ЦОП типографии Издательства СПбГУ.
199061, С.-Петербург, Средний пр., 41.

РЕФЕРАТЫ

УДК 517.929.4

Жабко А. П., Зарецкий Д. В. **Устойчивость дифференциально-разностных систем с неопределенными параметрами** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. Вып. 1 (№ 1). С. 3–5.

Целью работы является получение предельных границ запаздываний, при которых исходная система является асимптотически устойчивой по Ляпунову. Развиваются методы получения таких оценок на случай областей расположения собственных чисел, обеспечивающих заданный запас устойчивости и колебательности. Полученные результаты являются развитием теории робастной устойчивости дифференциально-разностных систем запаздывающего типа и могут быть использованы при анализе устойчивости и синтезе регуляторов управляемых динамических систем.

Библиогр. 2 назв.

УДК 62-50.59

Зубер И. Е. **Канонические преобразования и стабилизация нелинейных дискретных систем управления** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. Вып. 1 (№ 1). С. 6–13.

Рассматривается нелинейная дискретная система управления в векторно-матричной форме. Вводятся в рассмотрение канонические преобразования подобия I и II, обеспечивающие матрице объекта преобразованной системы вертикальную форму Фробениуса (преобразование I) и обеспечивающие матрице преобразованной замкнутой системы горизонтальную форму Фробениуса (преобразование II). Определяются условия существования и явный вид каждого из преобразований. Производится решение задачи стабилизации системы на основе каждого из преобразований.

Библиогр. 19 названий.

УДК 519.3

Квитко А. Н. **Метод построения программных движений для нелинейной нестационарной системы** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. Вып. 1 (№ 1). С. 14–21.

Предложен алгоритм перевода нелинейной системы дифференциальных уравнений из начального состояния в фиксированное конечное состояние. Предложен критерий выбора множества конечных состояний, при которых гарантирован указанный перевод, с учетом ограничений на фазовые координаты. Рассмотрена задача межорбитального перелета и проведено ее численное моделирование.

Библиогр. 5 назв. Ил. 1.

УДК 517.9

Крыжевич С. Г., Вольперт В. А. **Об условиях Фредгольма и разрешимости эллиптических краевых задач в неограниченных цилиндрах** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. Вып. 1 (№ 1). С. 22–32.

Для линейных операторов эллиптического типа приводятся условия однозначной разрешимости и фредгольмовости. Методом Фурье краевая задача сводится к счетному множеству систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Устанавливается связь между фредгольмовостью эллиптического оператора и дихотомичностью каждой из этих систем.

Библиогр. 9 назв.

УДК 519.71

Пономарева А. Ю., Чирков М. К. **Оптимальные формы задания обобщенных конечно-нестационарных автоматных моделей** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. Вып. 1 (№ 1). С. 33–42.

Решается задача приведения обобщенного над частично упорядоченным полукольцом конечно-нестационарного автомата, индуцирующего конечный спектр взаимосвязанных обобщенных отображений, к специальной оптимальной стандартной форме.

Библиогр. 6 назв.

УДК 519.6+517.9.62-50

Проскурников А. В. **О свойствах системы управления, обеспечивающих малость установившегося выхода** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. Вып. 1 (№ 1). С. 43–49.

Рассматривается система, описываемая уравнением сверточного типа $y(t) = (\Omega * \varphi)(t) = \int_0^t \Omega(t-s)\varphi(s)\,ds$ (где $\varphi(t)$ — вход системы, $y(t)$ — выход). Показано, что при подходящем входе $\varphi(\cdot)$, $|\varphi(t)| \leq 1$, норма выхода $|y(t)|$ может быть сколь угодно близка к L^1-норме импульсной реакции $\int_0^\infty |\Omega(s)|\,ds$ в периодически повторяющиеся промежутки времени постоянной длины. Показано, что оператор обратного преобразования Фурье, действующий из нормированного пространства всех правильных устойчивых рациональных функций с H^∞-нормой в пространство $L^1[0;\infty]$, неограничен. Следовательно, частотная характеристика устойчивой системы $W(i\omega) = \int_0^\infty \Omega(t)e^{-i\omega t}\,dt$ может быть сколь угодно мала, однако при некотором входе $\varphi(t)$, $|\varphi(t)| \leq 1$, выход системы может быть сколь угодно велик в периодически повторяющиеся интервалы времени. Это означает, что следует с осторожностью относиться к результатам теории H^∞-оптимизации. В тех случаях, когда большие значения выхода недопустимы, следует обеспечивать ограниченность L^1-нормы импульсной реакции системы.

Библиогр. 6 назв.

УДК 519.95

Степенко Н. А. **О некоторых критериях диссипативности колебательных систем с переменными параметрами** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. Вып. 1 (№ 1). С. 50–54.

Рассматривается задача нахождения условий диссипативности для некоторых типов нестационарных колебательных систем, а также определяются условия сохранения диссипативных свойств данных систем при воздействии на них внешних возмущающих воздействий.

Теоретическая основа проведенных исследований в основном базируется на известных результатах полученных Т. Йосидзавой, с широким применением второго метода Ляпунова.

Используя определенного вида функции Ляпунова, получен ряд критериев равномерной и эвентуальной диссипативности для рассматриваемого рода систем.

Библиогр. 3 назв.

УДК 519.21

Товстик Т. М. **Фильтрация стационарных процессов с рациональной спектральной плотностью** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. Вып. 1 (№ 1). С. 55–60.

Рассматриваются два стационарных и стационарно связанных процесса с рациональными спектральными плотностями. Фильтрация (прогноз) первого процесса в смысле Розанова представлена в виде интеграла, содержащего наблюдения над другим процессом. Находится ошибка фильтрации. Изучаются как непрерывный так и дискретный случаи. Рассмотрены примеры.

Библиогр. 3 назв.

УДК 533.6.011

Аксенова О. А. **Сопоставление фрактальной и статистической моделей шероховатости поверхности в задаче о рассеянии атомов разреженного газа** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. Вып. 1 (№ 1). С. 61–66.

Исследуется проблема применения фрактальных и статистических моделей шероховатой поверхности в механике, прежде всего в аэродинамике разреженного газа. Построение пространственной фрактальной модели шероховатости позволяет учесть мелкомасштабную ше-

роховатость при аэродинамическом расчете течений разреженного газа, тогда как статистические модели точнее аппроксимируют вероятностные параметры поверхности. Для указанных моделей поверхности произведено сопоставление основных характеристик числа пересечений уровня, используемых в задачах механики.

Библиогр. 12 назв.

УДК 534.1

Амосов А. С. **Колебания тонкой цилиндрической оболочки с прямоугольным сечением** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. Вып. 1 (№ 1). С. 67–72.

Исследуются колебания тонкой упругой шарнирно опертой цилиндрической оболочки с прямоугольным сечением. Использование точного аналитического решения системы уравнений, описывающей малые свободные колебания оболочки, дает громоздкое уравнение для определения частот колебаний. Корни этого уравнения найдены численным методом. В том случае, когда сечение оболочки мало отличается от квадрата, в явном виде получены два первых члена в асимптотическом разложении частоты колебаний. Результаты численного и приближенного методов сравниваются между собой.

Библиогр. 2 назв., Ил. 4.

УДК 539.3

Акчурин Т. Р., Мальков В. М. **Теоретическое и экспериментальное исследование кручения эластомерного цилиндрического шарнира** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. Вып. 1 (№ 1). С. 73–80.

Теоретическими и экспериментальными методами исследована нелинейная плоская задача кручения цилиндрического шарнира из эластомерного материала. Для описания механических свойств несжимаемого и малосжимаемого материалов использованы упругие потенциалы неогуковского типа. На ряде моделей выполнены эксперименты на кручение шарниров при больших деформациях, величины углов относительного поворота поверхностей шарниров варьировались в пределах 40–90 градусов. Для модели несжимаемого материала теоретическая жесткостная характеристика шарнира оказалась линейной, что с высокой точностью соответствует экспериментальным результатам. Показано также, что учет слабой сжимаемости материала мало влияет на жесткостные и другие свойства шарниров. Точные аналитические решения рассмотренных задач в сочетании с данными экспериментов можно использовать для определения параметров Ляме материалов в условиях больших деформаций (что и было сделано в работе). Другим важным результатом работы является обоснование применения модели неогуковского материала в краевых задачах подобного класса, когда объемные деформации малы.

Библиогр. 6 назв.

УДК 539.3

Греков М. А. **Метод возмущений в задаче о деформации двухкомпонентного композита со слабо искривленной границей раздела** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. Вып. 1 (№ 1). С. 81–88.

Методом возмущений получено решение плоской задачи теории упругости о деформации двухкомпонентного неограниченного тела с границей раздела, мало отличающейся от плоскости. Построен алгоритм нахождения любого приближения. В первом приближении исследована концентрации напряжений у локально искривленного участка границы раздела параболического вида в зависимости от упругих характеристик материалов.

Библиогр. 14 назв. Ил. 1. Табл. 1.

УДК 539.3

Кликушина М. В. **Устойчивость шарнирно опертой цилиндрической оболочки с прямоугольным поперечным сечением** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. Вып. 1 (№ 1). С. 89–95.

В данной работе для шарнирно опертой цилиндрической оболочки с прямоугольным поперечным сечением получено точное аналитическое решение и асимптотическое решение краевой задачи устойчивости. Для оболочки, сечение которой близко к квадратному, асимптотическим методом найдено приближенное значение параметра критической нагрузки. В качестве сравнения с полученными результатами выполнены расчеты методом конечных элементов. В отличие от шарнирно опертой оболочки с квадратным поперечным сечением у оболочки с прямоугольным поперечным сечением происходит уменьшение критической осевой нагрузки. Форма потери устойчивости также равномерно покрывает всю поверхность оболочки.

Библиогр. 4 назв. Ил. 4. Табл. 3.

УДК 539.3

Мишина Э. Н., Птицына Т. Г. **Деформация эллиптической оболочки под действием опоясывающей нагрузки** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. Вып. 1 (№ 1). С. 96–102.

Предлагается математическая модель для определения напряженно-деформированного состояния эллипсоидальной оболочки под действием осесимметричной нагрузки. Сочетание численного и асимптотического метода позволяет полнее описать деформацию оболочки. Полученные результаты сопоставляются с параметрами, полученными для сферической оболочки.

Библиогр. 7 назв. Ил. 1. Табл. 4.

УДК 532.517

Филиппов В. Б. **Модель морского газопровода с учетом оледенения** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. Вып. 1 (№ 1). С. 103–111.

В настоящей статье предложена модель неизотермического установившегося турбулентного течения газа по морскому трубопроводу при его частичном оледенении. Получено решение изотермической задачи расчета толщины ледяного покрова морского газопровода. Рассмотрено решение методом установления неизотермической задачи о транспортировке газа с учетом оледенения. Приведен алгоритм расчета параметров течения и толщины льда на каждой итерации.

Библиогр. 8 назв. Табл. 1.

УДК 521.1:514.122.2:514.752.6

Орлов С. А., Холшевников К. В. **Пылевой тор. III. Уравнения огибающей поверхности семейства траекторий изотропно выброшенных частиц с учетом движения узлов и перицентров** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. Вып. 1 (№ 1). С. 112–119.

Падение метеоритов на малый спутник приводит к выбросу в космос массы реголита, во много раз превосходящей массу ударника. Ограничимся рассмотрением относительно крупных частиц с массами более 10^{-7} г. Поведение более мелких в значительной степени определяется электромагнитным взаимодействием с фотонным и корпускулярным солнечным излучением и с магнитным полем планеты. Пусть в момент t_0 произошел изотропный выброс со скоростями, меньшими максимально возможной b. В силу неравенства орбитальных периодов траектории частиц плотно заполнят некоторую область $\mathbf{D}$. Через 1–3 месяца долготы узлов и перицентров распределятся по окружности и область $\mathbf{D}$ станет телом вращения, топологическим полноторием. Та же картина наблюдается при взрыве ИСЗ, находящегося на высокой круговой орбите, причем роль выброшенных частиц играют осколки спутника. Чтобы получить границу S области D, достаточно считать скорости равными b. Была поставлена задача получить параметрические уравнения S как огибающей семейства возмущенных траекторий выброшенных частиц и исследовать ее свойства. В предлагаемой заметке эти уравнения удалось получить в явном виде. В следующей работе мы опишем свойства S.

Библиогр. 5 назв.

CONTENTS

Mathemetics

Zhabko A. P., Zaretsky D. V. Stability of defferential-difference system with independent parameters 3
Zuber I. E. The canonical transformations and stabilization of nonlinear discrete control systems .. 6
Kvitko A. N. The method of constructing the program motion for nonliner nonstationary system .. 14
Kryzhevich S. G. Volpert V. A. On Fredholm Conditions and Solvability of Elliptic Problems in Unbounded Cylinders 22
Ponomareva A. Yu., Tchirkov M. K. Optimal forms of a generalized finitely-nonstationary automata models set-up 33
Proskurnikov A. V. On properties of the control system providing the steady output to be small... 43
Stepenko N. A. On some criteria of ultimately boundedness for oscillatory systems with non-stationary parameters 50
Tovstik T. M. Filtration of the stationary processes with the rational spectral density 55

Mechanics

Aksenova O. A. The comparison of fractal and statistical models of surface roughness in the problem of scattering rarefied gas atoms 61
Amosov A. S. Free vibrations of a thin rectangular elastic tube 67
Akchurin T. R., Mal'kov V. M. Theoretical and experimental investigation of twisting an elastomeric cylindrical bearing 73
Grekov M. A. The perturbation approach for a two-component composite with slightly curved interface 81
Klikushina M. V. The buckling of a simply supported shell with the rectangular cross-section 89
Mishina E. N., Ptitsyna T. G. Elliptical shell deformation under the influence of the girdled load .. 96
Philippov V. B. Sea gas pipe line model with surface freezing effect consideration 103

Astromomy

Orlov S. A., Kholshevnikov K. V. Dust torus. III. Equations of enveloping surface of trajectories family of isotropic ejected particles with the due account of nodes and pericenters motion 112