

Научно-теоретический журнал  
Издается с августа 1946 года

**СОДЕРЖАНИЕ**

**К 150-летию со дня рождения А. М. Ляпунова**

<i>Плисс В. А.</i> О жизни и творчестве Александра Михайловича Ляпунова (к 150-летию со дня рождения) .....	3
<i>Андреев А. Ф., Андреева И. А.</i> Локальное исследование одного семейства плоских кубических систем .....	11
<i>Бодунов Н. А.</i> Локальная параметрическая идентифицируемость линейных стационарных систем по однократному наблюдению их решений .....	17
<i>Васильева Е. В.</i> Устойчивые периодические точки двумерных диффеоморфизмов класса $C^1$ ..	20
<i>Крыжневич С. Г.</i> Метод симметризации и предельные циклы виброударных систем .....	27
<i>Петров Н. Н.</i> Проблемы устойчивости неподвижных точек полиномиальных отображений в некоторых компактных кольцах .....	32
<i>Холшевников К. В.</i> О теории Ляпунова фигур равновесия небесных тел .....	39

**Математика**

<i>Бугайченко Д. Ю., Соловьев И. П.</i> Формально-логическая спецификация мультиагентных систем реального времени .....	49
<i>Коржмасов Ф. М.</i> О приближении непрерывных функций двух переменных .....	58
<i>Тянь Чжэнъюэ</i> Решетка регулярных подполугрупп регулярной полугруппы .....	73
<i>Шпилев П. В.</i> $L$ -оптимальные планы в тригонометрической регрессионной модели на полном интервале планирования .....	80

**Механика**

<i>Антитов К. А.</i> О влиянии октупольных составляющих геомагнитного потенциала на процесс электродинамической стабилизации космического аппарата .....	90
<i>Гасратова Н. А., Шамина В. А.</i> Об одном подходе к решению осесимметричных задач линейной теории упругости .....	101
<i>Колесников Е. К., Мануйлов А. С., Матвеев М. С.</i> Влияние временной зависимости радиуса релятивистского электронного пучка на развитие резистивной шланговой неустойчивости .....	107



<i>Ландман И. М.</i> Исследование колебаний вращающейся цилиндрической оболочки с частотами, близкими к точке сгущения .....	113
<i>Луценко И. В., Рябинин А. Н.</i> Экспериментальные исследования колебаний цилиндра в воздушном потоке .....	120
<i>Миронов А. Н.</i> Контакт сферической оболочки с абсолютно жестким кольцом .....	124
<i>Михеев А. В.</i> Исследование локальной устойчивости пологих ортотропных оболочек на упругом основании .....	128
<i>Нездеров А. А.</i> Движение переднеприводного автомобиля на повороте .....	134
<i>Пронина Ю. Г.</i> Центры расширения-сжатия в упругой полуплоскости .....	140
<i>Филлипов С. Б., Наумова Н. В., Иванов Д. Н.</i> Колебания трехслойных цилиндрических оболочек .....	150
<i>Юферева Л. М., Лавров Ю. А., Кот П. Н.</i> Сравнение поправок к низшим собственным частотам цилиндрического акустического резонатора .....	157
<b>Хроника</b>	
Николай Николаевич Поляхов (к 100-летию со дня рождения) .....	164
<b>Рефераты</b> .....	167

ГЛАВНАЯ РЕДКОЛЛЕГИЯ ЖУРНАЛА

Главный редактор **Л. А. Вербицкая**  
 Заместители главного редактора: **Н. М. Кропачев, И. А. Горлинский**  
 Члены редколлегии: **А. Ю. Дворниченко, В. В. Дмитриев, С. Г. Инге-Вечтомов,**  
**А. Г. Морачевский, Ю. В. Перов, Т. Н. Пескова, С. В. Петров, Л. А. Петросян,**  
**Н. В. Расков, В. Т. Рязанов, Р. В. Светлов, В. Г. Тимофеев, П. Е. Товстик**  
 Ответственный секретарь **С. П. Заикин**

---



---

Редколлегия серии:

*П. Е. Товстик* (отв. редактор), *Н. Н. Петров* (зам. отв. редактора), *Т. В. Волошинова* (секретарь), *В. В. Витязев, Ю. К. Демьянович, С. М. Ермаков, Г. А. Леонов, Н. Ф. Морозов, С. К. Матвеев, В. С. Новоселов, В. Б. Невзоров, В. В. Петров, Л. А. Петросян, С. Ю. Пиллогин, В. А. Плисс, Н. Н. Уральцева, К. В. Холшевников*

Адрес редколлегии: 198504, Петродворец, Университетский пр., 28

Редактор *Т. В. Семенова*  
 Компьютерная верстка *А. М. Вейшторг*  
 Номер подготовлен в  $\text{\LaTeX}$  2 $\epsilon$

---

Подписано в печать 28.04.2007. Формат 70×100<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Бумага офсетная. Печать офсетная.  
 Усл. печ. л. 13,98. Тираж 150 экз. Заказ №

Адрес редакции: 199004, С.-Петербург, В. О., 6-я линия, 11/21.  
 Телефоны: 328-44-22, 328-21-64. e-mail: ts@ts2340.spb.edu

---

Типография Издательства СПбГУ. 199061, С.-Петербург, Средний пр., 41.

## РЕФЕРАТЫ

УДК 517.925

Плисс В. А. **О жизни и творчестве Александра Михайловича Ляпунова. К 150-летию со дня рождения** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2007. Вып. 2. С. 3–10.

Библиогр. 5 назв.

УДК 517.925

Андреев А. Ф., Андреева И. А. **Локальное исследование одного семейства плоских кубических систем** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2007. Вып. 2. С. 11–16.

На вещественной плоскости рассматривается нормальная система дифференциальных уравнений, правые части которых взаимно простые формы от  $x$  и  $y$  с произвольными постоянными коэффициентами, в одном — квадратичная, в другом — кубическая. Выясняются все возможные топологические типы ее особой точки  $(0, 0)$ , даются их коэффициентные критерии.

Библиогр. 3 назв.

УДК 517.925

Бодунов Н. А. **Локальная параметрическая идентифицируемость линейных стационарных систем по однократному наблюдению их решений** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2007. Вып. 2. С. 17–19.

Рассматривается специальный случай зависящей от параметра системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Получены необходимые и достаточные условия локальной параметрической идентифицируемости этой системы по наблюдению ее решения в произвольный момент времени. Анализируется связь полученных условий с поведением спектра матрицы системы.

Библиогр. 2 назв.

УДК 517.9

Васильева Е. В. **Устойчивые периодические точки двумерных диффеоморфизмов класса  $C^1$**  // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2007. Вып. 2. С. 20–26.

В работе рассматриваются диффеоморфизмы плоскости в себя, имеющие седловую неподвижную точку и нетрансверсальную гомоклиническую к ней точку. Доказано, что окрестность гомоклинической точки может содержать бесконечное множество устойчивых периодических точек, характеристические показатели которых меньше некоторого заданного отрицательного числа.

Библиогр. 6 назв.

УДК 517.938.5

Крыжевич С. Г. **Метод симметризации и предельные циклы виброударных систем** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2007. Вып. 2. С. 27–31.

Изучаются периодические решения виброударных систем с одной степенью свободы. Приводятся условия, достаточные для конвергентности системы с ударом. Обобщаются некоторые классические результаты о существовании предельных циклов уравнений второго порядка.

Библиогр. 11 назв.

УДК 517.938

Петров Н. Н. **Проблемы устойчивости неподвижных точек полиномиальных отображений в некоторых компактных кольцах** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2007. Вып. 2. С. 32–38.

В статье представлены некоторые теоремы об устойчивости по Ляпунову неподвижных точек полиномиальных отображений в кольце целых  $m$ -адических чисел. Они используются в некоторых когнитивных моделях, описывающих процессы мышления. Обсуждается связь между этими проблемами и проблемами, возникающими при изучении микромира.

Библиогр. 5 назв.

УДК 51(09), 517.958, 521.14/17

Холшевников К. В. **О теории Ляпунова фигур равновесия небесных тел** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2007. Вып. 2. С. 39–48.

Три из пяти томов академического собрания сочинений А. М. Ляпунова посвящены теории фигур равновесия небесных тел под действием самогравитации и давления. Можно обозначить три важнейших вклада А. М. Ляпунова в рассматриваемую проблему.

Во-первых, нахождение достаточных условий существования и единственности решения сложных интегральных и интегро-дифференциальных уравнений. Многие из полученных здесь результатов выходят далеко за рамки частной астрономической задачи и вошли в общую теорию. К этому же направлению можно отнести исследования по существованию и устойчивости эллипсоидальных и неэллипсоидальных фигур.

Во-вторых, формальное решение задачи в случае медленного вращения в виде рядов (называемых теперь рядами Ляпунова) по степеням малого параметра  $\alpha$ , представляющего в первом приближении отношение центробежной силы к силе тяжести на экваторе. Это направление почти не развивалось. Лишь недавно алгоритм Ляпунова был слегка модернизирован с использованием средств компьютерной алгебры.

В-третьих, доказательство сходимости рядов Ляпунова для  $\alpha < \alpha_0$ , где  $\alpha_0$  — некоторое число, не зависящее от распределения плотности. Сто лет никто не пытался достичь новых результатов в этом направлении. Лишь недавно получены точные значения радиуса сходимости рядов Ляпунова в двух крайних случаях однородного тела и сосредоточенной в центре массы, окруженной невесомой атмосферой.

Теорема о сходимости рядов при  $\alpha < \alpha_0$  излагается в нескольких учебниках и монографиях, и мы обязаны отметить пропущенную их авторами деталь. А. М. Ляпунов нигде не приводит доказательства теоремы, обещая [3] сделать это позже. Трагическая смерть помешала ему выполнить обещание. Я призываю специалистов в этой области математики вернуться к данному вопросу: восстановить доказательство Ляпунова и, возможно, получить более точные оценки, наложив разумные ограничения на функциональную зависимость плотности от расстояния.

Библиогр. 22 назв.

УДК 510.64; 519.681

Бугайченко Д. Ю., Соловьев И. П. **Формально-логическая спецификация мульти-агентных систем реального времени** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2007. Вып. 2. С. 49–57.

В работе предложен формально-логический метод спецификации мультиагентных систем реального времени, позволяющий в явном виде формализовать понятие действия агента, недетерминированный метод взаимодействия с внешней средой, механизм кооперации агентов, а также ограничения на время реакции системы. Задача верификации системы по спецификации для предложенного формализма разрешима за полиномиальное время.

Библиогр. 17 назв.

УДК 517.51

Коркмасов Ф.М. **О приближении непрерывных функций двух переменных** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2007. Вып. 2. С. 58–72.

В работе показано, что если  $P_m^{\alpha,\beta}(x)$  ( $\alpha, \beta > -1, m = 0, 1, 2, \dots$ ) — классические многочлены Якоби, то система многочленов двух переменных  $\{\Psi_{mn}^{\alpha,\beta}(x, y)\}_{m,n=0}^r = \{P_m^{\alpha,\beta}(x)P_n^{\alpha,\beta}(y)\}_{m,n=0}^r$  ( $r = m + n \leq N - 1$ ) является ортогональной на множестве  $\Omega_{N \times N} = \{(x_i, y_j)\}_{i,j=0}^N$ , где  $x_i, y_j$  — нули многочлена Якоби  $P_N^{\alpha,\beta}(x)$ . Для произвольной непрерывной на квадрате  $[-1, 1]^2$  функции  $f(x, y)$  построены дискретные частные суммы Фурье—Якоби прямоугольного вида  $S_{m,n,N}^{\alpha,\beta}(f; x, y)$  по введенной выше ортонормированной системе. Доказано, что порядок констант Лебега  $\|S_{m,n,N}^{\alpha,\beta}\|$  дискретных сумм  $S_{m,n,N}^{\alpha,\beta}(f; x, y)$  при  $-1/2 < \alpha, \beta < 1/2, m + n \leq N - 1$  есть  $O((mn)^{q+1/2})$ , где  $q = \max\{\alpha, \beta\}$ . Как следствие этого результата рассмотрены некоторые ашпроксимативные свойства дискретных сумм  $S_{m,n,N}^{\alpha,\beta}(f; x, y)$ .

Библиогр. 17 назв.

УДК 512.4

Тянь Чжэньцзи. **Решетка регулярных подполугрупп регулярной полугруппы** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2007. Вып. 2. С. 73–79.

Показано, что регулярные подполугруппы произвольной регулярной полугруппы образуют решетку, и изучены свойства этой решетки.

Библиогр. 7 назв.

УДК 524.19

Шпилев П.В. **L-оптимальные планы в тригонометрической регрессионной модели на полном интервале планирования** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2007. Вып. 2. С. 80–89.

Статья посвящена нахождению вырожденных L-оптимальных планов, минимизирующих сумму дисперсий оценок различных пар коэффициентов тригонометрической регрессионной модели на полном интервале планирования.

Библиогр. 8 назв.

УДК 531.36:521.1

Антипов К.А. **О влиянии октупольных составляющих геомагнитного потенциала на процесс электродинамической стабилизации космического аппарата** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2007. Вып. 2. С. 90–100.

Рассматривается космический аппарат (КА), находящийся на круговой околоземной орбите и снабженный заряженным экраном с управляемым распределением заряда, а также управляемым собственным магнитным моментом. Используется концепция построения системы электродинамического управления ориентацией КА на базе совместного использования лоренцева и магнитного моментов. Выведены выражения для проекций вектора индукции магнитного поля Земли (МПЗ) в октупольном приближении. Получены дифференциальные уравнения движения, описывающие процесс стабилизации КА. На базе этих дифференциальных уравнений проведена серия численных экспериментов. Установлено, что основные результаты исследования процесса электродинамической стабилизации КА могут быть получены на базе математической модели МПЗ, включающей квадрупольные слагаемые МПЗ, а дальнейшее уточнение математической модели МПЗ путем учета октупольных составляющих не является целесообразным.

Библиогр. 7 назв. Ил. 4.

УДК 539.3

Гасратова Н. А., Шамина В. А. **Об одном подходе к решению осесимметричных задач линейной теории упругости** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2007. Вып. 2. С. 101–106.

В настоящей работе основные соотношения осесимметричной задачи, приведенные в [7], модифицированы. Система координат выбирается при помощи конформного преобразования так, чтобы координатные поверхности совпадали с границей рассматриваемого тела. Однако тензор напряжений и вектор перемещений задаются в цилиндрических координатах. Уравнения равновесия и сплошности, краевые величины записываются в компонентах напряжений.

Библиогр. 8 назв.

УДК 533.932.12:537.533.3

Колесников Е. К., Мануйлов А. С., Матвеев М. С. **Влияние временной зависимости радиуса релятивистского электронного пучка на развитие резистивной шланговой неустойчивости** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2007. Вып. 2. С. 107–112.

Рассмотрена задача об эволюции резистивной шланговой неустойчивости (РШН) релятивистского электронного пучка (РЭП), распространяющегося в плотной газоплазменной среде, при временной зависимости характерного радиуса пучка. Показано, что уширение радиуса во фронтальной части РЭП существенно ослабляет РШН.

Библиогр. 15 назв. Ил. 4.

УДК 539.3

Ландман И. М. **Исследование колебаний вращающейся цилиндрической оболочки с частотами, близкими к точке сгущения** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2007. Вып. 2. С. 113–119.

В настоящей статье рассмотрены колебания вращающейся и невращающейся тонкой цилиндрической оболочки с собственными частотами, близкими к точке сгущения. При построении асимптотического решения для исследования характеристического уравнения применен обобщенный метод Ньютона, реализованный с помощью средств вычислительной геометрии в пакете прикладных программ «Mathematica 5.2».

Библиогр. 7 назв. Ил. 4.

УДК 533:531.01

Луценко И. В., Рябинин А. Н. **Экспериментальные исследования колебаний цилиндра в воздушном потоке** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2007. Вып. 2. С. 120–123.

Исследуются вращательные колебания цилиндра в воздушном потоке. Эксперименты выполнены в дозвуковой аэродинамической трубе. Предложена математическая модель колебаний цилиндра. Определены параметры модели.

Библиогр. 7 назв. Ил. 1.

УДК 539.3

Мионов А. Н. **Контакт сферической оболочки с абсолютно жестким кольцом** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2007. Вып. 2. С. 124–127.

Рассматривается задача контактного взаимодействия изотропной упругой сферической оболочки с абсолютно жестким кольцом. Приведено интегральное уравнение контакта, построена функция Грина. Интегральное уравнение контакта сведено к краевой задаче. Приведены распределения контактных напряжений для кольца цилиндрической и тороидальной формы.

Библиогр. 4 назв. Ил. 2.

УДК 539.3

Михеев А. В. **Исследование локальной устойчивости пологих ортотропных оболочек на упругом основании** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2007. Вып. 2. С. 128–133.

Исследуется критическая нагрузка для пологой ортотропной оболочки, находящейся на упругом основании. Подробно рассматриваются характеристики потери устойчивости сферической оболочки из однонаправленного стеклопластика при разных видах нагружения.

Библиогр. 8 назв. Ил. 3. Табл. 3.

УДК 531.011

Нездеров А. А. **Движение переднеприводного автомобиля на повороте** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2007. Вып. 2. С. 134–139.

В работе выводятся системы дифференциальных уравнений, описывающих процесс движения переднеприводного автомобиля на повороте при отсутствии и при наличии бокового скольжения передней и задней осей. Обсуждаются условия возникновения и завершения этого скольжения. Приводятся результаты расчетов.

Библиогр. 3 назв. Ил. 3.

УДК 539.3

Пронина Ю. Г. **Центры расширения-сжатия в упругой полуплоскости** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2007. Вып. 2. С. 140–149.

В настоящей работе введено понятие плоского (двумерного) центра расширения или сжатия, построены решения задач об одиночных и периодических центрах расширения в полуплоскости со свободной и жестко закрепленной границей.

Библиогр. 9 назв. Ил. 4.

УДК 539.3

Филиппов С. Б., Наумова Н. В., Иванов Д. Н. **Колебания трехслойных цилиндрических оболочек** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2007. Вып. 2. С. 150–156.

Трехслойные оболочки давно нашли широкое применение в различных областях промышленности, авиации и судостроении. Неоднородность структуры таких оболочек по толщине требует учета работы слоя заполнителя при поперечном сдвиге и поперечном сжатии, а также приводит к необходимости проводить сопряжение слоев. Для успешного применения на практике таких оболочечных конструкций необходимо получить значения частот и форм свободных колебаний. Частоты и формы колебаний трехслойных цилиндрических оболочек найдены в статье методом конечных элементов. Для случая свободного опирания краев оболочек проведено сравнение полученных результатов с аналитическими результатами [1]. Иллюстрации, представленные в данной работе, позволяют не только увидеть, но и проанализировать реальные деформационные процессы, происходящие на поверхностях трехслойных оболочек.

Библиогр. 5 назв. Ил. 6. Табл. 1.

УДК 517.947, 534.414

Юферева Л. М., Лавров Ю. А., Кот П. Н. **Сравнение поправок к низшим собственным частотам цилиндрического акустического резонатора** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2007. Вып. 2. С. 157–163.

Построено представление для поля свободных акусто-механических колебаний жидкости, заполняющей цилиндрический объем, и ограничивающих его плоских упругих торцевых пластин. Внутренняя поверхность цилиндрической стенки считается идеально жесткой. Выведены уравнения для собственных частот. Учтены дополнительные факторы, влияющие на собствен-

ные частоты: продольные движения пластин, а также сдвиг и инерция вращения. Проведено аналитическое сравнение найденных частот с таковыми для модели без учета дополнительных факторов. Приближенные формулы для поправок обоих видов численно испытаны. Показано, что учет сдвига и инерции вращения дает существенно бóльшую относительную поправку.

Библиогр. 11 назв. Ил. 3.

---



---

## CONTENTS

### Dedicated 150-years of birthday A. M. Lyapunov

<i>Pliss V. A.</i> About life and works of Alexandr Mikhajlovich Lyapunov .....	3
<i>Andreev A. F., Andreeva I. A.</i> Local research of any family of plane cubic systems .....	11
<i>Bodunov N. A.</i> Local parametric identifiability of linear stationary systems via a single-time observation of solutions .....	17
<i>Vasilyeva E. V.</i> Stable periodic points of two-dimensional $C^1$ diffeomorphisms .....	20
<i>Kryzhevich S. G.</i> Symmetrization method and limit cycles of vibro-impact systems .....	27
<i>Petrov N. N.</i> Stability problems of fixed points for polinomial maps in some compact rings .....	32
<i>Kholshchikov K. V.</i> On the Liapunov theory of equilibrium figures of celestial bodies .....	39

### Mathematics

<i>Bugaychenko D. Yu., Soloviev I. P.</i> Logical formalism for specification of real-time multi-agent systems .....	49
<i>Korkmasov F. M.</i> On the approximation of continuous functions of two variables .....	58
<i>Zhenji Tian.</i> The lattice of regular subsemigroups of a regular semigroup .....	73
<i>Shpilev P. V.</i> L-optimal designs in trigonometric regression model on the full circle .....	80

### Mechanics

<i>Antipov K. A.</i> On the influence of geomagnetic potential octupole components on the process of a spacecraft electrodynamic stabilization .....	90
<i>Gasratova N. A., Shamina V. A.</i> On a certain approach for solving the axisymmetric problem of linear elasticity theory .....	101
<i>Kolesnikov E. K., Manuilov A. S., Matveev M. S.</i> The influence of time dependence of the radius of a relativistic electronic beam on the development of resistive hose instability .....	107
<i>Landman I. M.</i> On the rotating cylindrical shell vibrating with the frequencies close to the accumulation point .....	113
<i>Lushchenko I. V., Ryabinin A. N.</i> Experimental investigation of cylinder vibrations in the air flow .....	120
<i>Mironov A. N.</i> The contact between a spherical shell and an absolutely rigid ring .....	124
<i>Mikheev A. V.</i> Analysis of local stability of shallow orthotropic shells on the elastic base .....	128
<i>Nezderov A. A.</i> Motion of a front-driven car in a curve .....	134
<i>Pronina Yu. G.</i> Centres of compression and dilatation in an elastic half-plane .....	140
<i>Filippov S. B., Naumova N. V., Ivanov D. N.</i> Vibration of three-layered cylindrical shells .....	150
<i>Yufereva L. M., Lavrov Yu. A., Kot P. N.</i> Comparison of amendments to the lowest natural frequencies of the cylindrical acoustic resonator .....	157

### Chronicle

N. N. Polyakhov (dedicated to the 100 <sup>th</sup> anniversary of his birthday) .....	164
--	-----

<b>Papers</b> .....	167
---------------------	-----