

Научно-теоретический журнал
Издается с августа 1946 года

СОДЕРЖАНИЕ

К 75-летию Н. Ф. Морозова

Академик РАН Никита Федорович Морозов	3
<i>Беляев А. К., Музаев А. А., Индейцев Д. А.</i> Термодинамический вывод граничной задачи динамики и уравнений состояния для поляризуемых термоупругих материалов	5
<i>Даль Ю. М.</i> О соотношениях Г. В. Колосова в плоской задаче теории упругости	11
<i>Зегжда С. А., Синильщикова Г. А.</i> Развитие трещины в тонком брусе при импульсном нагружении	15
<i>Кузькин В. А., Кривцов А. М.</i> Простейшая модель для аналитического вывода уравнения состояния идеальных кристаллов	24
<i>Леонов Г. А.</i> Критерии существования циклов уравнения Лъенара	31
<i>Осмоловский В. Г.</i> Точные решения задачи о фазовых переходах в одномерном модельном случае	42
<i>Товстик П. Е.</i> Об асимптотическом характере приближенных моделей балок, пластин и оболочек	49

Математика

<i>Алексеева Н. П.</i> Комбинаторный анализ двух форм скрытой периодичности категориальных последовательностей	55
<i>Бугайченко Д. Ю.</i> Верификация распределенных систем реального времени по спецификации MASL	65
<i>Давыдова И. М., Федосеева Е. Я.</i> Обобщение китайской теоремы об остатках	75
<i>Косовский Н. К., Косовская Т. М.</i> О числе шагов получения булевого решения у полиномиальных сравнений и у систем из них	84
<i>Кривулин Н. К.</i> Вычисление скорости роста вектора состояний для одной модели обобщенной линейной стохастической системы	91
<i>Гелиг А. Х., Муранов В. А.</i> Инвариантная стабилизация импульсных систем с нелинейной непрерывной частью	100
<i>Нежруткин В. В.</i> Мартингальная характеристика процессов и последовательностей поия	111
<i>Товстик Т. М.</i> Вычисление дискрэнанса конечного числа точек в n -мерном единичном кубе	118



Механика

<i>Бауэр С. М., Миронов А. Н.</i> Контакт сферической оболочки с упругим кольцом	122
<i>Волков И. Д., Греков М. А.</i> Функции гринна для двухкомпонентного тела со слабо искривленной границей раздела	126
<i>Михеев А. В.</i> Влияние сдвига на локальную устойчивость пологих ортогогранных оболочек на упругом основании	137
<i>Новоселов В. С.</i> Оптимальный двухимпульсный касательный пролет с заданной относительной скоростью	144

Астрономия

<i>Башаков А. А., Питъев Н. П.</i> Построение самосогласованных моделей звездных систем методом Шварцшильда	151
<i>Холшевников К. В.</i> Представление градиента гравитационного потенциала небесных тел рядом шаровых функций	160

Хроника

Фомин Владимир Николаевич (к 70-летию со дня рождения)	167
--	-----

Рефераты	169
--------------------	-----

ГЛАВНАЯ РЕДКОЛЛЕГИЯ ЖУРНАЛА

Главный редактор **Л. А. Вербицкая**

Заместители главного редактора: **Н. М. Кропачев, И. А. Горлинский**

Члены редколлегии: **А. Ю. Дворниченко, В. В. Дмитриев, С. Г. Инге-Вечтомов,**

А. Г. Морачевский, Ю. В. Перов, Т. Н. Пескова, С. В. Петров, Л. А. Петросян,
Н. В. Расков, В. Т. Рязанов, Р. В. Светлов, В. Г. Тимофеев, П. Е. Товстик, Д. В. Шмонин

Ответственный секретарь **С. П. Заикин**

Редколлегия серии:

П. Е. Товстик (отв. редактор), *Н. Н. Петров* (зам. отв. редактора), *Т. В. Волошинова* (секретарь), *В. В. Витязев, Ю. К. Демьянович, С. М. Ермаков, Г. А. Леонов, Н. Ф. Морозов, С. К. Матвеев, В. С. Новоселов, В. Б. Невзоров, В. В. Петров, Л. А. Петросян, С. Ю. Пилюгин, В. А. Плисс, Т. В. Семенова, Н. Н. Уральцева, К. В. Холшевников*

Адрес редколлегии: 198504, Петродворец, Университетский пр., 28

Проект реализован при финансовой поддержке Правительства Санкт-Петербурга

Редактор *Т. В. Семенова*

Компьютерная верстка *А. М. Вейшторг*

Номер подготовлен в L^AT_EX 2_ε

На наш журнал можно подписаться по каталогу

«Газеты и журналы» «Агентства „Роспечать“». Подписной индекс 36313

Подписано в печать 26.07.2007. Формат 70×100¹/₁₆. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 14,3. Тираж 150 экз. Заказ №

Адрес редакции: 199004, С.-Петербург, В. О., 6-я линия, 11/21.

Телефоны: 328-44-22, 328-21-64. e-mail: ts@ts2340.spb.edu

Типография Издательства СПбГУ. 199061, С.-Петербург, Средний пр., 41.

РЕФЕРАТЫ

УДК 539.3

Беляев А. К., Музаев А. А., Индейцев Д. А. **Термодинамический вывод граничной задачи динамики и уравнений состояния для поляризуемых термоупругих материалов** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2007. Вып. 3. С. 5–10.

Показано, что динамическая граничная задача и уравнения состояния для простых поляризуемых термоупругих материалов могут быть получены из первого и второго законов термодинамики.

Библиогр. 4 назв.

УДК 539.3+517.95

Даль Ю. М. **О соотношениях Г. В. Колосова в плоской задаче теории упругости** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2007. Вып. 3. С. 11–14.

Найдены три различных вида соотношений Г. В. Колосова, определяющие напряжения в упругом теле.

Библиогр. 4 назв.

УДК 539.3:534.1

Зегжда С. А., Синильщикова Г. А. **Развитие трещины в тонком бруске при импульсном нагружении** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2007. Вып. 3. С. 15–23.

Рассматривается динамика развития трещины в тонком бруске при ударном воздействии давления на ее берега. Предполагается, что трещина развивается по плоскости симметрии бруска. Длина трещины, а также перерезывающая сила и изгибающий момент в вершине трещины в нулевом приближении рассматриваются как обобщенные лагранжевы координаты. Последующие приближения строятся с помощью введения дополнительных обобщенных координат, позволяющих несколько первых форм изгибных колебаний свободного стержня учесть динамически, а все остальные квазистатически. Предложен алгоритм построения этих приближений. Приводятся результаты численных расчетов. Проведен анализ сходимости данного метода последовательных приближений. Исследована зависимость динамики развития трещины от параметров нагружения.

Библиогр. 14 назв. Ил. 5.

УДК 539.3

Кузькин В. А., Кривцов А. М. **Простейшая модель для аналитического вывода уравнения состояния идеальных кристаллов** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2007. Вып. 3. С. 24–31.

Рассмотрена простейшая модель элементарной ячейки одномерного кристалла — частица в потенциальной яме. Даны микроскопические определения макроскопических определяющих параметров: давления, тепловой энергии, объема. Аналитически в неявном виде получено уравнение состояния, справедливое во всем диапазоне изменения тепловой энергии. Рассмотрено упрощенное уравнение состояния в форме Ми–Грюнайзена (линейное по тепловой энергии). Показано, что применение этого уравнения в задачах с большими деформациями растяжения может приводить к значительным ошибкам.

Библиогр. 9 назв. Ил. 3.

УДК 517.919

Леонов Г. А. **Критерии существования циклов уравнения Лъенара** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2007. Вып. 3. С. 31–41.

Показана возможность бифуркации одновременного рождения циклов в окрестности двух состояний равновесия двумерных квадратичных систем при изменении одного скалярного «управляющего» параметра.

Библиогр. 13 назв. Ил. 5.

УДК 517.9+539.3

Осмоловский В. Г. **Точные решения задачи о фазовых переходах в одномерном модельном случае** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2007. Вып. 3. С. 42–48.

В работе получены в явном виде решения задачи о фазовых переходах в одномерном модельном случае как при положительном, так и при нулевом коэффициенте поверхностного натяжения. Исследован вопрос о зависимости состояний равновесия от параметров задачи.

Библиогр. 7 назв.

УДК 539

Товстик П. Е. **Об асимптотическом характере приближенных моделей балок пластин и оболочек** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2007. Вып. 3. С. 49–54.

На ряде тестовых примеров результаты, полученные по приближенным моделям для балок, пластин и оболочек, основанным на кинематических гипотезах Бернулли–Кирхгофа–Лява и Тимошенко–Рейсснера, сравниваются с асимптотическими решениями трехмерных уравнений теории упругости для узких областей. Рассматриваются задачи статики и свободных колебаний для тел из линейно упругого ортотропного материала. Основное внимание уделено случаю, когда жесткость материала в тангенциальных направлениях существенно больше его жесткости в поперечном направлении.

Библиогр. 6 назв.

УДК 519.22-24

Алексеева Н. П. **Комбинаторный анализ двух форм скрытой периодичности категориальных последовательностей** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2007. Вып. 3. С. 55–64.

Разработаны методы выявления скрытой периодичности: симптомный анализ в случае пенетрантной формы, когда периодически повторяющиеся фрагменты сохраняются, и метод порядковой асимметрии в случае копенетрантной формы, когда эти фрагменты распадаются. Симптомный анализ скрытой периодичности основан на модификации для конечных геометрий методов главных компонент и «Гусеница» — SSA. В анализе копенетрантной формы периодичности используется кластерный анализ с метрикой расстояния между градациями в виде порядковой асимметрии, которая характеризует отклонение от периодичности подпоследовательности с этими градациями.

Библиогр. 11 назв.

УДК 510.64; 519.681

Бугайченко Д. Ю. **Верификация распределенных систем реального времени по спецификации MASL** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2007. Вып. 3. С. 65–74.

В работе предложены алгоритмы автоматической верификации распределенных систем реального времени по формально-логической спецификации системы методом MASL. Разработаны алгоритмы для двух случаев — с фиксированной внешней средой, реакция которой

задана явно в виде отношения, и с неопределенной внешней средой, заданной спецификацией *PDL*. Для обоих алгоритмов приведены верхние оценки сложности.

Библиогр. 9 назв.

УДК 519.854

Давыдова И. М., Федосеева Е. Я. **Обобщение Китайской теоремы об остатках** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2007. Вып. 3. С. 75–83.

Представлен вывод достаточных условий целочисленной разрешимости системы $Ax = r$ в терминах перманентов подматриц матрицы A для случая, когда A — базисная матрица. В Китайской теореме об остатках A является частным случаем базисной матрицы. Предложенный вывод можно расширить на случай, когда пропозициональная формула, описывающая схему знаков A , оказывается минимально невыполнимой КНФ.

Библиогр. 4 назв.

УДК 519.7:511

Косовский Н. К., Косовская Т. М. **О числе шагов получения булевого решения у полиномиальных сравнений и у систем из них** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2007. Вып. 3. С. 84–90.

Формулируются пары похожих по формулировке задач, связанных с решением в $\{0, 1\}^*$ сравнений (и несравнений) арифметических выражений по числовому модулю, относительно одной из которых доказывается ее полиномиальность по времени, а другая обобщает ее как подзадачу. Доказывается NP-полнота обобщенной задачи, которая при простом модуле традиционными математическими символическими преобразованиями сводится к первой.

Библиогр. 9 назв.

УДК 519.63

Кривулин Н. К. **Вычисление скорости роста вектора состояний для одной модели обобщенной линейной стохастической системы** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2007. Вып. 3. С. 91–99.

Рассматривается обобщенная линейная стохастическая динамическая система второго порядка. Предполагается, что все элементы матрицы системы имеют экспоненциальное распределение вероятностей и независимы. Для вычисления средней скорости роста вектора состояний системы строится некоторая последовательность одномерных распределений вероятностей. Нахождение соответствующей предельной плотности распределения сводится к решению некоторой линейной алгебраической системы. Полученная плотность используется для вычисления средней скорости роста вектора состояний рассматриваемой системы.

Библиогр. 8 назв.

УДК 517.929

Гелиг А. Х., Муранов В. А. **Инвариантная стабилизация импульсных систем с нелинейной непрерывной частью** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2007. Вып. 3. С. 100–110.

Рассматривается нелинейная импульсная система, описываемая функционально-дифференциальным уравнением. Построено двумерное управление, обеспечивающее ограниченность вектора-состояния и экспоненциальную стабилизацию скалярного выхода системы независимо от постоянно действующего возмущения.

Библиогр. 12 назв.

УДК 519.216.8: 519.248

Некруткин В. В. **Мартингалная характеристика процессов и последовательностей Пойя** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2007. Вып. 3. С. 111–117.

Доказывается, что среди всех сложно-пуассоновских процессов процессы Пойя характеризуются тем, что некоторые их невырожденные линейные преобразования являются мартингалами. Аналогичный результат получен и для последовательностей Пойя.

Библиогр. 5 назв.

УДК 519.6

Товстик Т. М. **Вычисление дискрепанса конечного числа точек в n -мерном единичном кубе** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2007. Вып. 3. С. 118–121.

Приводится алгоритм вычисления дискрепанса конечного числа точек в двумерном и n -мерном единичном кубе $[0, 1)^n$. Алгоритм прост для программирования. При $2 \leq n \leq 4$ время вычисления дискрепанса по алгоритму, предложенному автором, значительно меньше, чем у алгоритмов П. Бундшух и Я. Жу. При больших n выбор алгоритма зависит от количества проверяемых точек.

Библиогр. 8 назв.

УДК 539.3

Бауэр С. М., Миронов А. Н. **Контакт сферической оболочки с упругим кольцом** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2007. Вып. 3. С. 122–125.

Рассматривается задача контактного взаимодействия замкнутой изотропной упругой сферической оболочки с упругим кольцом. Кольцо рассматривается как сферическая оболочка меньшего радиуса с краями, симметричными относительно экватора. Приведено интегральное уравнение контакта, построена функция Грина. Интегральное уравнение контакта сведено к краевой задаче. Приведено распределение контактных напряжений для различных значений радиуса кольца.

Библиогр. 0 назв. Ил. 0. Табл. 0.

УДК 539.3

Волков И. Д., Греков М. А. **Функции Грина для двухкомпонентного тела со слабо искривленной границей раздела** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2007. Вып. 3. С. 126–136.

Рассмотрена двумерная модель двухкомпонентного упругого тела со слабо искривленной границей раздела при действии сосредоточенной силы и/или краевой дислокации около границы. Методом возмущений получено общее для обеих задач решение в виде ряда по степеням малого параметра. Построен алгоритм последовательного нахождения комплексных потенциалов для каждого приближения в квадратурах. Показана возможность получения функций Грина в первом приближении в явном виде для гладкой границы раздела при локальном искривлении различной формы. При симметричном локальном искривлении границы раздела исследована зависимость напряжений в нулевом и первом приближениях на искривленном участке границы от упругих свойств компонентов сред в случае сосредоточенной силы.

Библиогр. 18 назв. Ил. 4. Табл. 1.

УДК 539.3

Михеев А. В. **Влияние сдвига на локальную устойчивость пологих ортотропных оболочек на упругом основании** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2007. Вып. 3. С. 137–143.

Исследуется влияние сдвига на критическую нагрузку и форму потери устойчивости пологой ортотропной оболочки, находящейся на упругом основании. Подробно рассматриваются характеристики потери устойчивости сферической оболочки из стеклопластика при разных видах нагружения.

Библиогр. 8 назв. Ил. 6. Табл. 4.

УДК 531.1:629.76

Новоселов В. С. **Оптимальный двухимпульсный касательный пролет с заданной относительной скоростью** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2007. Вып. 3. С. 144–150.

Предложена общая вариационная схема оптимального построения двухимпульсного компланарного касательного пролета с заданной относительной скоростью в точке контакта. Дано аналитическое построение двух последовательных приближений в задаче пролета для граничных орбит малых эксцентриситетов.

Библиогр. 7 назв.

УДК 524.3/4–32

Башаков А. А., Питьев Н. П. **Построение самосогласованных моделей звездных систем методом Шварцшильда** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2007. Вып. 3. С. 151–159.

Разработан программный комплекс для построения методом Шварцшильда самосогласованных моделей и применен для потенциала двухкомпонентной модели Кутузова—Осипкова. Найден ряд фазовых моделей и получены их кинематические параметры.

Библиогр. 12 назв.

УДК 521.14/.17

Холшевников К. В. **Представление градиента гравитационного потенциала небесных тел рядом шаровых функций** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2007. Вып. 3. С. 160–166.

Известно, что производная сферической функции порядка n сама является сферической функцией порядка $n+1$. С помощью алгоритма Л. Каннингема [1] удалось выразить коэффициенты производной в виде линейной комбинации коэффициентов самой функции. По-видимому, это оптимальное выражение для градиента гравитационного потенциала произвольного небесного тела рядом Лапласа по шаровым функциям. Дано обобщение на высшие производные. Подобная процедура выполнена с шаровыми функциями, регулярными в начале координат.

Библиогр. 3 назв.

CONTENTS

Dedicated 75-years of Prof. N. F. Morozov

Academician of the Russian Academy of Sciences Nikita Fedorovich Morozov	3
<i>Belyaev A. K., Muzaev A. A., Indeitzev D. A.</i> Derivation of dynamic boundary value problem and state equations for polarized thermoelastic materials	5
<i>Dahl J. M.</i> About Kolosov expressions in the plane problem of elasticity	11
<i>Zegzhda S. A., Similshchikova G. A.</i> The propagation of a crack in a thin beam under impulse loading	15
<i>Kuzkin V. A., Krivtsov A. M.</i> Simple model for analytical derivation of equation of state for ideal crystals	24
<i>Leonov G. A.</i> The criteria of cycles existence in two-dimensional quadratic systems	31
<i>Osmolovskii V. G.</i> Exact solutions of the problem of phase transitions in a one-dimensional model case	42
<i>Tovstik P. E.</i> On the asymptotic character of the approximate models of beams, plates and shells	49

Mathematics

<i>Alexeyeva N. P.</i> Combinatorial analysis of two basic forms of hidden periodicity in categorical sequences	55
<i>Bugaychenko D. Y.</i> Model checking MASL specification of distributed real-time systems over	65
<i>Davydova I. M., Fedoseeva E. Y.</i> Generalization of the Chinese Remainder Theorem	75
<i>Kossovsky N. K., Kossovskaya T. M.</i> About the number of steps for construction a boolean solution of a polynomial comparison and of a system of them	84
<i>Krivulin N. K.</i> Evaluation of the growth rate of the state vector in a generalized linear stochastic system	91
<i>Gelig A. H., Muranov V. A.</i> Invariant stabilization of pulse-modulated systems with nonlinear continuous part	100
<i>Nekrutkin V. V.</i> Martingale characterization of Pólya processes and sequences	111
<i>Tovstik T. M.</i> The algorithm of the discrepancy calculation for the finite number of points in the unit n -dimensional cube $[0, 1]^n$ is given	118

Mechanics

<i>Bauer S. M., Mironov A. N.</i> The contact between a spherical shell and an elastic ring	122
<i>Volkov I. D., Grekov M. A.</i> Green's functions for bonded dissimilar materials with slightly curved interface	126
<i>Miheev A. V.</i> Influence of the shear parameter on local stability of shallow orthotropic shells on elastic base	137
<i>Novoselov V. S.</i> Optimal two-impulse tangential spacing mit the pressigned relative velocity	144

Astronomy

<i>Bashakov A. A., Pitjev N. P.</i> Constructing self-consistent models of stellar systems by Schwarzschild's method	151
<i>Kholshchevnikov K. V.</i> Representation of gravity potential gradient of celestial bodies by means of series in solid spherical harmonics	160

Chronicle

V. N. Fomin (dedicated to the 70 th anniversary of his birthday)	167
---	-----

Papers	169
---------------------	-----