

Научно-теоретический журнал
Издается с августа 1946 года

СОДЕРЖАНИЕ

К 100-летию со дня рождения С. Г. Михлина

<i>С. Г. Михлин (1908–1990). Демьянович Ю. К., Кошелев А. И., Леонов Г. А.</i>	3
<i>Морозов Н. Ф. Вспоминая учителей</i>	6
<i>Демьянович Ю. К. Минимальные сплайны и всплески</i>	8
<i>Додонов Н. Ю., Жук В. В. Приближение функций двух переменных в пространствах $\mathcal{L}_p(\mathbb{R}^2)$ и $\mathcal{L}_p(\mathbb{R}_+^2)$ по направлениям</i>	23
<i>Козлов В. А., Кузнецов Н. Г. Качественная теория нелинейных установившихся волн на воде</i>	33
<i>Кошелев А. И. Применение универсального итерационного процесса к некоторым задачам механики</i>	47
<i>Кожлашвили В. М., Самко С. Г. Сингулярные операторы и Фурье-мультипликаторы в весовых пространствах Лебега с переменным показателем</i>	56
<i>Мазья В. Г., Поборчий С. В. О разрешимости задачи Неймана в плоской области с пиком</i>	69
<i>Нарбут М. А. Численная реализация итерационных процессов, применяемых при исследовании нелинейных краевых задач теории упругости и фильтрации</i>	86
<i>Холшевников К. В., Шайдулин В. Ш. Соотношения между нормами функции и ее градиентом в классах сферических и шаровых функций в конечномерном пространстве</i>	93

Математика

<i>Видеман Ю. Г., Назаров С. А. Уточненное нелинейное уравнение Рейнольдса для тонкого течения вязкой несжимаемой жидкости</i>	97
<i>Григорьев М. И., Малозёмов В. Н., Сергеев А. Н. О классификации дробно-рациональных кривых Безье второго порядка</i>	103
<i>Зубер И. Е., Геллиг А. Х. Робастная инвариантная стабилизация непрерывных и дискретных нелинейных систем</i>	109



Механика

<i>Алмазова С. В.</i> Определение минимального числа параметров, определяющих спектр собственных частот одной механической системы	116
<i>Гасратова Н. А., Шамина В. А.</i> Решение в напряжениях линейной осесимметричной задачи для сферы и упругого пространства со сферической полостью	122
<i>Краковская Е. В.</i> О деформации составной сферической оболочки под действием внутреннего давления	129
<i>Лукин А. А., Морозов В. А., Судьенков Ю. В.</i> Разрушение твердых диэлектриков в условиях приповерхностного электрического пробоя субмикросекундной длительности	133
<i>Пасынкова И. А., Степанова П. П.</i> Влияние массы и упругости опор на критические частоты неуравновешенного ротора Джеффкогта	141

Астрономия

<i>Осипков Л. П.</i> Модель короны сферического звездного скопления	148
-------------------------------------------------------------------------------	-----

Рефераты	158
--------------------	-----

Abstracts	163
---------------------	-----

ГЛАВНАЯ РЕДКОЛЛЕГИЯ ЖУРНАЛА

Главный редактор **Л. А. Вербицкая**

Заместители главного редактора: **Н. М. Кропачев, И. А. Горлинский**

Члены редколлегии: **А. Ю. Дворниченко, В. В. Дмитриев, С. Г. Инге-Вечтомов,**

А. Г. Морачевский, Ю. В. Перов, Т. Н. Пескова, С. В. Петров, Л. А. Петросян,
Н. В. Расков, В. Т. Рязанов, Р. В. Свеглов, В. Г. Тимофеев, П. Е. Товстик, Д. В. Шмонин

Ответственный секретарь **С. П. Заикин**

Редколлегия серии:

П. Е. Товстик (отв. редактор), *Н. Н. Петров* (зам. отв. редактора), *Т. В. Волошинова* (секретарь), *В. В. Витязев, Ю. К. Демьянович, С. М. Ермаков, Г. А. Леонов, Н. Ф. Морозов, С. К. Матвеев, В. С. Новоселов, В. Б. Невзоров, В. В. Петров, Л. А. Петросян, С. Ю. Пилюгин, В. А. Плисс, Т. В. Семенова, Н. Н. Уральцева, К. В. Холшевников*

Адрес редколлегии: 198504, Петродворец, Университетский пр., 28

Проект реализован при финансовой поддержке Правительства Санкт-Петербурга

Редактор *Т. В. Семенова*
Компьютерная верстка *А. М. Вейшторг*
Номер подготовлен в \LaTeX 2 ϵ

Подписано в печать 10.04.2008. Формат 70×100¹/₁₆. Бумага офсетная. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 13,8. Тираж 500 экз. Заказ №

Адрес редакции: 199004, С.-Петербург, В. О., 6-я линия, 11/21.
Телефоны: 328-44-22, 328-21-64. e-mail: ts@ts2340.spb.edu

Типография Издательства СПбГУ. 199061, С.-Петербург, Средний пр., 41.

РЕФЕРАТЫ

УДК 519

Демьянович Ю. К. **Минимальные сплайны и всплески** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2008. Вып. 2. С. 8–22.

Построены минимальные (неполиномиальные) сплайны произвольного порядка $m > 3$ нулевой высоты на неравномерных сетках, даны необходимые и достаточные условия их гладкости, введены B_φ -сплайны (сплайны максимальной гладкости), построены вложенные пространства минимальных сплайнов и их всплесковые (вэйвлетные) разложения; получены формулы декомпозиции и реконструкции. Многообразие рассматриваемых пространств отождествляется с многообразием полных последовательностей точек прямого произведения интервала вещественной оси и проективной плоскости \mathbb{P}^m , а многообразие вложенных пространств отождествляется с многообразием вложенных последовательностей точек упомянутого прямого произведения.

Библиогр. 24 назв.

УДК 517.5

Додонов Н. Ю., Жук В. В. **Приближение функций двух переменных в пространствах $\mathcal{L}_p(\mathbb{R}^2)$ и $\mathcal{L}_p(\mathbb{R}_+^2)$ по направлениям** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2008. Вып. 2. С. 23–32.

Пусть $r \in \mathbb{N}$, $\alpha, t \in \mathbb{R}$, $x \in \mathbb{R}^2$, $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{C}$,

$$\Delta_{t,\alpha}^r(f, x) = \sum_{k=0}^r (-1)^{r-k} C_r^k f(x_1 + kt \cos \alpha, x_2 + kt \sin \alpha),$$
$$\delta_{t,\alpha}^r(f, x) = \sum_{k=0}^r (-1)^k C_r^k f\left(x_1 + \left(\frac{r}{2} - k\right) t \cos \alpha, x_2 + \left(\frac{r}{2} - k\right) t \sin \alpha\right).$$

В работе рассматривается вопрос, как связано поведение величин

$$\left\| \int_F \Delta_{t,\alpha}^r(f, \cdot) \Phi_n(t) dt \right\|_{p,E}, \quad \left\| \int_F \delta_{t,\alpha}^r(f, \cdot) \Phi_n(t) dt \right\|_{p,E}$$

при $n \rightarrow \infty$, где $F \subset \mathbb{R}$, $E \in \{\mathbb{R}^2, \mathbb{R}_+^2\}$, Φ_n — положительное ядро, со структурными свойствами функции f , характеризуемыми ее модулями непрерывности «по направлениям».

Библиогр. 5 назв.

УДК 517.9+532.59

Козлов В. А., Кузнецов Н. Г. **Качественная теория нелинейных установившихся волн на воде** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2008. Вып. 2. С. 33–46.

Дан обзор результатов, полученных для задачи о нелинейных установившихся волнах на воде, имеющей конечную глубину. Два подхода, развитые для их доказательства, представляют собой основу качественной теории таких волн, так как на их вид не накладываются никаких ограничений кроме предположений об ограниченности их профилей и крутизны этих профилей. Первый подход базируется на процедуре усреднения потенциала скоростей по вертикальным сечениям области, заполненной водой. Основу второго подхода составляет интегро-дифференциальное уравнение для функции, задающей профиль волны.

Библиогр. 25 назв.

УДК 517.95

Кошелев А. И. **Применение универсального итерационного процесса к некоторым задачам механики** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2008. Вып. 2. С. 47–55.

Предложенный некоторое время тому назад автором универсальный итерационный процесс применяется для некоторых квазилинейных краевых задач теории упругости и фильтрации. Устанавливается сходимость метода как в слабых (энергетических), так и в классических ($C^{\gamma}(\gamma > 0)$) пространствах. Доказывается ряд результатов, касающихся существования слабых и регулярных решений для рассматриваемых задач.

Библиогр. 7 назв.

УДК 517.518.238

Кокилашвили В. М., Самко С. Г. **Сингулярные операторы и Фурье-мультипликаторы в весовых пространствах Лебега с переменным показателем** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2008. Вып. 2. С. 56–68.

В статье дается развитие ряда идей и результатов С. Г. Михлина, связанное, в частности, с исследуемой в последние годы теорией пространств с так называемым нестандартным ростом, известных также как обобщенные пространства Лебега с переменным показателем.

Получены теоремы об ограниченности Фурье-мультипликаторов и сингулярных интегральных операторов, а также мажорант частичных сумм тригонометрических рядов Фурье и др., в весовых пространствах Лебега с переменным показателем. Даются также их векторнозначные аналоги. Все эти теоремы получаются с помощью предлагаемого в работе варианта экстраполяционной теоремы Рубио де Франсиа для пространств с переменным показателем. В этих пространствах получены также теоремы об ограниченности для максимальной функции Харди–Литтлвуда.

Библиогр. 38 назв.

УДК 517.5

Мазья В. Г., Поборчий С. В. **О разрешимости задачи Неймана в плоской области с пиком** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2008. Вып. 2. С. 69–85.

Рассматривается задача Неймана для эллиптического квазилинейного уравнения второго порядка в плоской области с вершиной пика на границе. При определенных условиях исследование разрешимости задачи Неймана сводится к описанию пространства, сопряженного к пространству $TW_p^1(\Omega)$ граничных следов функций из класса $W_p^1(\Omega)$, $1 < p < \infty$. Упомянутые сопряженные пространства характеризуются в терминах классов Соболева с отрицательными показателями гладкости на липшицевых кривых, а также в терминах некоторых классов функций на интервале $(0, 1)$ числовой оси. Доказательство основных результатов базируется на известном явном описании пространств $TW_p^1(\Omega)$ в плоской области с пиком.

Библиогр. 8 назв.

УДК 519.63

Нарбут М. А. **Численная реализация итерационных процессов, применяемых при исследовании нелинейных краевых задач теории упругости и фильтрации** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2008. Вып. 2. С. 86–92.

Предложены вычислительные алгоритмы, основанные на методах последовательных приближений, для решения задач нелинейной теории упругости в средах с упрочнением, а также нестационарных задач нелинейной теории фильтрации. Рассмотрены вопросы, возникающие при реализации предложенных алгоритмов в системе MATLAB.

Библиогр. 8 назв.

УДК 517.586

Холшевников К. В., Шайдулин В. Ш. **Соотношения между нормами функции и ее градиентом в классах сферических и шаровых функций в конечномерном пространстве** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2008. Вып. 2. С. 93–96.

В статье приведены соотношения, связывающие среднеквадратичную и чебышевскую нормы сферической функции порядка n и ее градиента в касательном расслоении сферы \mathbb{S}^{k-1} , а также шаровой функции (внутренней и внешней) порядка n и ее пространственного градиента. Во всех случаях норма градиента отличается от нормы функции множителем порядка n .

Библиогр. 4 назв.

УДК 517.946

Видеман Ю. Г., Назаров С. А. **Уточненное нелинейное уравнение Рейнольдса для тонкого течения вязкой несжимаемой жидкости** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2008. Вып. 2. С. 97–102.

На основе асимптотического анализа уравнений Навье—Стокса построено скалярное нелинейное уравнение второго порядка, описывающее движение жидкости между сближенными твердыми стенками. Это уравнение, унаследовавшее конвективный член и кривизну поверхностей, является уточнением уравнением Рейнольдса и дает двучленную асимптотику решения исходной задачи. Получены интегральные и поточечные оценки погрешностей и показано, что дальнейшее повышение точности одномерной модели невозможно.

Библиогр. 11 назв.

УДК 519.67

Григорьев М. И., Малозёмов В. Н., Сергеев А. Н. **О классификации дробно-рациональных кривых Безье второго порядка** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2008. Вып. 2. С. 103–108.

Дробно-рациональные (проективные) кривые Безье второго порядка определяются тремя точками на плоскости и положительными весами, которые приписываются этим точкам. Известно, что такие кривые являются либо дугой параболы, либо дугой эллипса, либо дугой гиперболы.

В статье выведено уравнение проективных кривых Безье второго порядка в барицентрических координатах. Оно зависит от одного параметра. Дана полная классификация рассматриваемых кривых в зависимости от значений этого параметра.

Библиогр. 4 назв. Ил. 2.

УДК 517.929

Зубер И. Е., Гелиг А. Х. **Робастная инвариантная стабилизация непрерывных и дискретных нелинейных систем** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2008. Вып. 2. С. 109–115.

Разработаны методы синтеза управлений, осуществляющих инвариантную стабилизацию непрерывных и дискретных нелинейных систем в случаях, когда коэффициенты объекта и внешнее воздействие измеряются с помехами.

Библиогр. 10 назв.

УДК 531.011

Алмазова С. В. **Определение минимального числа параметров, определяющих спектр собственных частот одной механической системы** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2008. Вып. 2. С. 116–121.

Предлагается алгоритм перехода к безразмерному виду при изучении малых колебаний сложной механической системы, состоящей из соединенных между собой трех стержней.

Библиогр. 4 назв.

УДК 539.3

Гасратова Н. А., Шамина В. А. **Решение в напряжениях линейной осесимметричной задачи для сферы и упругого пространства со сферической полостью** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2008. Вып. 2. С. 122–128.

В настоящей работе для определения напряженно-деформированного состояния сферы и упругого пространства со сферической полостью используются соотношения, которые записаны в напряжениях [5]. Решение представлено степенными рядами по $\cos \theta$. Коэффициенты этих рядов, зависящие от r , определяются из системы дифференциальных уравнений. Данная система построена так, что ее неизвестные на границе совпадают с кинематическими и статическими краевыми величинами, и она имеет вид удобный для интегрирования. Представленный подход может быть полезным при решении осесимметричных задач, граничные условия которых формулируются на поверхностях, близких к сфере.

Библиогр. 5 назв. Ил. 1.

УДК 539.3

Краковская Е. В. **О деформации составной сферической оболочки под действием внутреннего давления** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2008. Вып. 2. С. 129–132.

В настоящей статье рассмотрены задачи о деформации изотропных и трансверсально-изотропных составных сферических оболочек под действием внутреннего давления. Аналитические результаты сравниваются с численными результатами, полученными методом конечных элементов в пакете ANSYS.

Библиогр. 6 назв.

УДК 539.3

Лукин А. А., Морозов В. А., Судьенков Ю. В. **Разрушение твердых диэлектриков в условиях приповерхностного электрического пробоя субмикросекундной длительности** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2008. Вып. 2. С. 133–140.

В работе проанализированы возможные источники разрушения материалов электроимпульсным способом и проведена оценка их вклада в разрушение на примере одного из представителей горных пород — габродиабаза. В результате анализа выявлено, что основным источником является механическое напряжение от термоупругого вклада электрической энергии воздействующего импульса.

Проведена серия экспериментов по разрушению образцов из габродиабаза, задачей которых являлось определение числа экспозиций при данной амплитуде напряжения и длительности импульса, вызвавших откольное разрушение поверхности материала.

Исследование показало, что разрушение носит статистический характер. При возрастании амплитуды импульса напряжения число экспозиций резко убывает, стремясь к единице, что соответствует динамическому порогу разрушения.

Библиогр. 9 назв. Ил. 7. Табл. 1.

УДК 534.1:531.36

Пасынкова И. А., Степанова П. П. **Влияние массы и упругости опор на критические частоты неуравновешенного ротора Джеффкотта** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2008. Вып. 2. С. 141–147.

В данной статье показано, что прецессия динамически и статически неуравновешенного ротора Джеффкотта, укрепленного в массивно-упругих опорах, является гиперболоидальной. При этом ротор не обладает свойством самоцентрирования, т. е. массивные опоры оказывают балансирующее действие на высоких угловых скоростях. Показано также, что влияние масс и податливости опор проявляется в сдвиге критических скоростей вращения ротора в сторону низкой части спектра, а также в появлении двух дополнительных критических скоростей, зависящих от динамических свойств опор.

Библиогр. 9 назв.

УДК 524.3/.4-32

Осипков Л. П. **Модель короны сферического звездного скопления** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2008. Вып. 2. С. 148–157.

Рассмотрена общая модель короны стационарной сферически симметричной звездной системы. Предполагается, что корона состоит из «баллистических» звезд, вылетевших в корону из основного тела системы. Найдены выражения для хода плотности короны, а также для дисперсий скоростей для случаев, когда распределение скоростей является сферическим, эллипсоидальным и для модели с чисто радиальными орбитами. Исследована асимптотика плотности на больших расстояниях при предположении, что самогравитацией короны можно пренебречь. В качестве примеров рассмотрены различные выражения для фазовой плотности звезд короны.

Библиогр. 34 назв.

CONTENTS

Dedicated 100-years of birthday S. G. Mikhlin

S. G. Mikhlin (1908–1990). <i>Demyanovich Yu. K., Koshelev A. I., Leonov G. A.</i>	3
<i>Morozov N. F.</i> With the warmest memories of our teachers	6
<i>Demyanovich Yu. K.</i> Minimal Splines and Wavelets	8
<i>Dodonov N. Yu., Zhuk V. V.</i> Approximation of functions of two variables in the spaces $\mathcal{L}_p(\mathbb{R}^2)$ and $\mathcal{L}_p(\mathbb{R}_+^2)$ on directions	23
<i>Kozlov V. A., Kuznetsov N. G.</i> A qualitative theory of nonlinear stationary waves on the water	33
<i>Koshelev A. I.</i> On application of a universal iterative process to some problems of mechanics	47
<i>V. M. Kokilashvili, S. G. Samko.</i> Singular operators and Fourier multipliers in weighted Lebesgue spaces with variable exponents	56
<i>Maz'ya V. G., Poborchi S. V.</i> On solvability of the Neumann problem for a planar domain with a peak	69
<i>Narbut M. A.</i> Numerical realization of iterative processes applied to the investigation of nonlinear boundary-value problems in the theory of elasticity and filtration	86
<i>Kholshevnikov K. V., Shaidulin V. Sh.</i> The relations between norms of a function and its gradient in classes of surface and solid spherical harmonics in a finite-dimensional space	93

Mathematics

<i>Videman J. H., Nazarov S. A.</i> The refined non-linear Reynolds' equation for a thin flow of a viscous incompressible fluid	97
<i>Grigoriev M. I., Malozemov V. N., Sergeev A. N.</i> On the classification of rational second-order Bezier curves	103
<i>Zuber I. E., Gelig A. Kh.</i> Robust invariant stabilization of nonlinear continuous and discrete systems	109

Mechanics

<i>Almazova S. V.</i> Determination of a minimal number of parameters defining a spectrum of natural frequencies of a certain mechanical system	116
<i>Gasratova N. A., Shamina V. A.</i> Solution in terms of stresses for the linear axisymmetric problem for a sphere and elastic space with a spherical cavity	122
<i>Krakovskaya E. V.</i> On the deformation of a connected spherical shell under the internal pressure ..	129
<i>Lukin A. A., Morozov V. A., Sudenkov Yu. V.</i> Fracture of solid-state dielectrics under conditions of a near-surface electrical breakdown of submicrosecond duration	133
<i>Pasynkova I. A., Stepanova P. P.</i> On influence of the massive compliant supports on the critical frequencies of an unbalanced Jeffcott rotor	141

Astronomy

<i>Osipkov L. P.</i> A model of corona for a spherical star cluster	148
---------------------------------------------------------------------------	-----

Papers	158
---------------------	-----

Abstracts	163
------------------------	-----