

---

**ВЕСТНИК  
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО  
УНИВЕРСИТЕТА**

СЕРИЯ 1

**МАТЕМАТИКА  
МЕХАНИКА  
АСТРОНОМИЯ**

ВЫПУСК 3

ИЮЛЬ  
2008

---

Научно-теоретический журнал  
Издается с августа 1946 года

**СОДЕРЖАНИЕ**

**К 95-летию Д. Р. Меркина**

|   |    |
|---|----|
| Давид Рахмилевич Меркин (к 95-летию). Гелиг А. Х., Леонов Г. А., Морозов Н. Ф., Сабанев В. С., Товстик П. Е., Якубович В. А. .... | 3  |
| Блинов Е. Н., Соколов Б. М. Устойчивость, оценка состояния и управление в одной нелинейной системе. ....                          | 7  |
| Гелиг А. Х. Устойчивость дискретных систем в простейшем критическом случае. ....  | 15 |
| Зубер И. Е. Расширение класса стабилизируемых нелинейных дискретных систем. ....  | 19 |
| Леонов Г. А., Кузнецов Н. В., Кудряшова Е. В. Циклы двумерных систем. Компьютерные вычисления, доказательства, эксперименты. .... | 25 |
| Товстик П. Е., Шеховцов А. С., Шеховцов В. А. Ферма Мизеса. ....  | 62 |

**Математика**

|   |    |
|---|----|
| Крым В. Р., Петров Н. Н. Тензор кривизны и уравнения Эйнштейна для четырехмерного неголомомного распределения. .... | 68 |
| Макаров А. А. Нормализованные тригонометрические сплайны лагранжева типа. ....                                      | 81 |

**Механика**

|  |     |
|--|-----|
| Арутюнян А. Р., Зимин Б. А., Судьенков Ю. В. Исследование циклической долговечности конструкционных материалов методом оптико-акустической спектроскопии. .... | 88  |
| Бячков А. Б., Зегжда С. А., Каттани К., Юшков М. П. Уточненная модель разгона автомобиля как задача с освобождающей связью. ....                               | 97  |
| Греков М. А., Костырко С. А. Формирование рельефа поверхности пленочного покрытия при поверхностной и объемной диффузии. ....                                  | 106 |
| Мальков В. М., Малькова Ю. В. Плоская задача нелинейной упругости для гармонического материала. ....   | 114 |



ИЗДАТЕЛЬСТВО  
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

© Вестник  
Санкт-Петербургского  
университета, 2008

## Краткие научные сообщения

|  |     |
|--|-----|
| <i>Григорьев М. И.</i> Построение сферы с помощью проективных поверхностей Безье.....                        | 127 |
| <i>Евдокимов С. М.</i> Абсолютная устойчивость двумерных систем с гистерезисной функцией релейного типа..... | 132 |
| <i>Киселев А. П., Тагирджанов А. М.</i> Лявовские волны с поперечной структурой.....                         | 136 |
| <i>Краковская Е. В.</i> О напряженно-деформированном состоянии внешней оболочки глаза.....                   | 140 |
| <i>Сагателян В. К.</i> Об одной новой модели рекордных величин.....  | 144 |

## Хроника

|  |     |
|--|-----|
| Александр Львович Фрадков (к 60-летию). <i>Гелиг А. Х., Индейцев Д. А., Леонов Г. А., Морозов Н. Ф., Шепелявый А. И., Якубович В. А.</i> ..... | 148 |
|--|-----|

|               |     |
|---------------|-----|
| Рефераты..... | 151 |
|---------------|-----|

|                |     |
|----------------|-----|
| Abstracts..... | 158 |
|----------------|-----|

|               |     |
|---------------|-----|
| Contents..... | 164 |
|---------------|-----|

## ГЛАВНАЯ РЕДКОЛЛЕГИЯ ЖУРНАЛА

Главный редактор **Л. А. Вербицкая**

Заместители главного редактора: **Н. М. Кропачев, И. А. Горлинский**

Члены редколлегии: **А. Ю. Дворниченко, В. В. Дмитриев, С. Г. Инге-Вечтомов,**

**А. Г. Морачевский, Ю. В. Перов, Т. Н. Пескова, С. В. Петров, Л. А. Петросян,**

**Н. В. Расков, В. Т. Рязанов, Р. В. Светлов, В. Г. Тимофеев, П. Е. Товстик, Д. В. Шмонин**

Ответственный секретарь **С. П. Заикин**

---

---

### Редколлегия серии:

*П. Е. Товстик* (отв. редактор), *Н. Н. Петров* (зам. отв. редактора), *Т. В. Волошинова* (секретарь), *В. В. Витязев, Ю. К. Демьянович, С. М. Ермаков, Г. А. Леонов, Н. Ф. Морозов, С. К. Матвеев, В. С. Новоселов, В. Б. Невзоров, В. В. Петров, Л. А. Петросян, С. Ю. Пиллюгин, В. А. Плисс, Т. В. Семенова, Н. Н. Уральцева, К. В. Холиевников*

Адрес редколлегии: 198504, Петродворец, Университетский пр., 28

Проект реализован при финансовой поддержке Правительства Санкт-Петербурга

---

Подписано в печать 28.07.2008. Формат 70×100<sup>1</sup>/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 13,2. Тираж 800 экз. Заказ №

Адрес редакции: 199004, С.-Петербург, В. О., 6-я линия, 11/21.

Телефоны: 328-44-22, 328-21-64. e-mail: ts@ts2340.spb.edu

---

Типография Издательства СПбГУ. 199061, С.-Петербург, Средний пр., 41.

## РЕФЕРАТЫ

УДК 517.935.4

*Блинов Н. Н., Соколов Б. М. Устойчивость, оценка состояния и управление в одной нелинейной системе // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2008. Вып. 3. С. 7–14.*

Рассматривается управляемая система нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений. В этой системе выделена нестационарная линейная часть, часть линейно зависящая от управления, и нелинейность, которая обращается в нуль на стационарном решении и удовлетворяет условию Липшица. Помимо этого существуют ограничения на управление.

Вначале рассматривается простая модель и решается задача стабилизации с использованием стационарного состояния. Предполагается, что известны все параметры объекта (в том числе значение компонент состояния в начальный момент времени, коэффициенты правых частей уравнений системы) и также значения, полученные экспериментальным путем. Управление находится из условия получения заданного стационарного значения состояния. Для этого начальное значение управления проектируется на пересечение некоторого линейного подпространства и выпуклой области ограничений на управление. Это подпространство получено приравниванием нулю правой части системы. Доказана теорема о стабилизации, опирающаяся на теорему И. Г. Малкина об устойчивости при постоянно действующих возмущениях. Предполагается, что часть параметров неизвестна, а состояние объекта не измеряется. Для одновременного оценивания неизвестных параметров и состояния объекта используется разработанный В. А. Якубовичем метод рекуррентных целевых неравенств. Решается покомпонентно за конечное число шагов бесконечная система линейных неравенств относительно оценок неизвестных параметров. Доказывается теорема о сходимости метода оценивания и достижении цели управления.

Библиогр. 9 назв.

УДК 517.929

*Гелиг А. Х. Устойчивость дискретных систем в простейшем критическом случае // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2008. Вып. 3. С. 15–18.*

Рассматривается нелинейная стационарная дискретная система произвольного порядка. Правые части уравнений представляют собой суммы полиномов произвольного порядка и непрерывных функций, являющихся бесконечно малыми более высокого порядка, чем члены полиномов со старшими степенями. Предполагается, что все корни, кроме одного равного единице, характеристического полинома линеаризованной системы лежат внутри единичного круга.

С помощью построения специальных полиномиальных функций Ляпунова получены условия неустойчивости и асимптотической устойчивости состояния равновесия. При этом при доказательстве асимптотической устойчивости используется положительно определенная функция Ляпунова с отрицательно определенным приращением, вычисленным в силу системы. Для доказательства неустойчивости используется знакопеременная функция Ляпунова со знакоопределенным приращением.

*Ключевые слова:* нелинейные дискретные системы, критический случай, асимптотическая устойчивость, неустойчивость.

Библиогр. 8 назв.

УДК 517.929

*Зубер И. Е. Расширение класса стабилизируемых нелинейных дискретных систем // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2008. Вып. 3. С. 19–24.*

Расширение класса стабилизируемых нелинейных дискретных систем производится в три этапа. На первом этапе рассматривается нелинейная дискретная система с матрицей, элементы которой ограничены по модулю сверху, элементы первой наддиагонали отделены от нуля, элементы выше первой наддиагонали нули. Управление строится в виде скалярной обратной связи по состоянию. На первом этапе вектор распределения управления есть последний единичный орт. Формируется функция Ляпунова в виде квадратичной формы с постоянной диагональной матрицей и определяется вектор обратной связи, обеспечивающий устойчивость в целом замкнутой системы.

На втором этапе предполагается, что элементы матрицы, расположенные выше первой наддиагонали являются ограниченными функциями. Определяются такие верхние грани этих функций, что стабилизирующее управление, построенное на первом этапе, обеспечивает устойчивость в целом рассматриваемой на втором этапе системы.

На третьем этапе производится расширение вида вектора распределения управления. Определяется оценка нормы нового вектора распределения управления, при которой система с матрицей, рассмотренной на втором этапе, асимптотически устойчива в целом.

*Ключевые слова:* дискретные системы, стабилизация обратной связи.

Библиогр. 7 назв.

УДК 517.925.51

*Леонов Г. А., Кузнецов Н. В., Кудряшова Е. В. Циклы двумерных систем. Компьютерные вычисления, доказательства, эксперименты // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2008. Вып. 3. С. 25–61.*

Одна из центральных проблем в исследовании малых циклов в окрестности состояний равновесия — это вычисление ляпуновских величин. Если первая и вторая ляпуновские величины были вычислены в общем виде в сороковые–пятидесятые годы 20 века, то третья ляпуновская величина вычислялась лишь в некоторых специальных случаях.

В настоящей статье даны общие формулы для вычисления третьей ляпуновской величины. При этом наряду с классическим ляпуновским методом вычисления ляпуновских величин, основанным на переходе к полярным координатам, описан и используется другой метод, который разработан для евклидовых координат и во временной области.

Вычисление ляпуновских величин двумя различными аналитическими методами с привлечением современных программных средств символьных вычислений позволяет убедиться в правильности полученных здесь формул для третьей ляпуновской величины.

Также были проведены компьютерные вычислительные больших циклов для квадратичных систем, где первая и вторая Ляпуновские величины равны нулю, а третья не равна нулю. В этих вычислениях квадратичная система сводилась к уравнению Льенара и с его помощью оценивалось множество параметров, соответствующих существованию четырех циклов — трех «малых» и одного «большого» цикла.

Полученное множество расширяет область параметров, полученную в 1980 году Ши для квадратичной системы с четырьмя циклами.

Библиогр. 31 назв. Ил. 7.

УДК 539:692.445

*Товстик П. Е., Шеховцов А. С., Шеховцов В. А. Ферма Мизеса // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2008. Вып. 3. С. 62–67.*

Ферма Мизеса является простейшим примером упругой системы, демонстрирующей нелинейное поведение, бифуркацию и неединственность положения равновесия. Классическая ферма Мизеса состоит из двух сжимаемых стержней, прикрепленных друг к другу под малым углом. Характерной формой потери ею устойчивости под действием вертикальной нагрузки является «процелкивание» в зеркально симметричную форму. Критическая нагрузка является предельной точкой на кривой «нагрузка—прогиб».

В настоящей статье по модели Бернулли–Эйлера дополнительно вводятся в рассмотрение деформации изгиба линейно упругих стержней. В результате оказывается возможной бифуркация равновесия сжатых стержней прямолинейной формы. Исследуется взаимодействие возможных форм потери устойчивости двух типов: типа предельной точки на кривой «нагрузка—прогиб» и типа бифуркации стержней прямолинейной формы. Критическая нагрузка найдена для различных значений параметров фермы, различных распределений нагрузки и граничных условий. Приближенное аналитическое решение сравнивается с точным численным, описывающим нелинейный изгиб стержней.

Библиогр. 8 назв. Ил. 3. Табл. 1.

УДК 514.822:514.752.8

*Крым В. Р., Петров Н. Н. Тензор кривизны и уравнения Эйнштейна для четырехмерного неголономного распределения // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2008. Вып. 3. С. 68–80.*

Предполагается, что пространство скоростей частиц является четырехмерным неголономным распределением на многообразии более высокой размерности, например,  $M^4 \times \mathbb{R}^1$ . Это распределение задается 4-потенциалом электромагнитного поля. Уравнения допустимых (горизонтальных) геодезических для этого распределения совпадают с уравнениями движения заряженной частицы общей теории относительности. На распределении определен метрический тензор лоренцевой сигнатуры  $(+, -, -, -)$ , что позволяет определять причинность, как в общей теории относительности. Мы вводим ковариантное дифференцирование (линейную связность) и тензор кривизны для распределения. Уравнения Эйнштейна получены из вариационного принципа для скалярной кривизны распределения. Доказана возможность расширения оператора Дирака четырехмерного распределения на функции, заданные на многообразии  $M^4 \times S^1$ , где  $S^1$  — окружность. Для таких функций выполняется топологическое квантование электрического заряда.

Библиогр. 37 назв.

УДК 519.6

*Макаров А. А. Нормализованные тригонометрические сплайны лагранжева типа // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2008. Вып. 3. С. 81–87.*

В предлагаемой работе исследуются  $B_\varphi$ -сплайны, являющиеся неполиномиальным обобщением известных полиномиальных  $B$ -сплайнов. Источником  $B_\varphi$ -сплайнов являются соответствующие аппроксимационные соотношения, рассматриваемые как система линейных алгебраических уравнений, из которой выводятся как полиномиальные, так и неполиномиальные сплайны. Здесь построены нормализованные тригонометрические сплайны лагранжева типа (нулевой высоты) третьего порядка, определяемые порождающей вектор-функцией  $\varphi(t) = (1, \sin t, \cos t, \sin 2t)^T$ . Получаемые сплайны дважды непрерывно дифференцируемы и имеют минимальный компактный носитель. В работе также построена система функционалов, биортогональная системе координатных  $B_\varphi$ -сплайнов, в пространстве  $B_\varphi$ -сплайнов найдено решение соответствующей интерполяционной задачи, порожденной упомянутой биортогональной системой.

Библиогр. 12 назв. Ил. 1.

УДК 539.43

*Арутюнян А. Р., Зимин Б. А., Судьенков Ю. В. Исследование циклической долговечности конструкционных материалов методом оптико-акустической спектроскопии // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2008. Вып. 3. С. 88–97.*

Известно, что при действии циклически изменяющихся напряжений наблюдается явление усталости материала, которое проявляется уже при сравнительно низких напряжениях

и объясняется постепенным накоплением повреждений. Для исследования усталости были использованы оптико-акустические методы, которые базируются на определении упругих характеристик материала, связанных с изменением его структуры. Применение этих методов к циклическим нагружениям может дать значительную информацию об эволюции структуры материала, которая определяет его циклическую работоспособность.

В работе представлены результаты исследований изменения механических характеристик плоских образцов, изготовленных из конструкционных материалов, в процессе циклических испытаний на изгиб. Изменения свойств материалов определялись через каждые 50000 циклов нагружения методом оптико-акустической спектроскопии. Проведенные экспериментальные исследования показали, что зависимости скорости звука, затухания, остаточного прогиба и дисперсии спектрального распределения передаточной функции от числа циклов носят немо- нотонный характер. При этом наблюдаются два четко выраженных этапа изменения акусти- ческих параметров. Следовательно, долговечность материалов при циклических нагружениях определяется двумя основными этапами — этапом адаптации к внешней нагрузке и этапом на- копления повреждений. Показано, что используемый нами метод оптико-акустической спек- троскопии позволяет с высокой точностью отслеживать изменение интегральных характери- стик свойств материалов. Проведенный анализ частотных зависимостей затухания позволяет оценить характер изменения масштабных уровней перестройки структуры материалов в про- цессе циклических испытаний.

Библиогр. 15 назв. Ил. 9. Табл. 1.

УДК 531.011

*Бячков А. Б., Зегзезда С. А., Каттани К., Юшков М. П.* **Уточненная модель разгона автомобиля как задача с освобождающей связью** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2008. Вып. 3. С. 97–105.

В работе выводятся системы дифференциальных уравнений, описывающих разгон автомо- били при отсутствии и при наличии проскальзывания ведущих колес. Обсуждаются условия возникновения и завершения проскальзывания. Учитывается уточненное динамическое усло- вие выполнения связи. Приводятся результаты расчетов.

Библиогр. 3 назв. Ил. 6.

УДК 517.958, 539.3

*Греков М. А., Костырко С. А.* **Формирование рельефа поверхности пленочного по- крытия при поверхностной и объемной диффузии** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2008. Вып. 3. С. 106–113.

Исследуется механизм формирования рельефа на поверхности твердого тела с пленоч- ным покрытием под действием интенсивного внешнего нагрева поверхностного слоя. При этом учитываются продольные усилия, поверхностное напряжение, объемная и поверхност- ная диффузия, а также толщина поверхностного слоя, имеющего упругие свойства, отличные от основного материала. Рассматривается полубесконечное тело с поверхностным слоем, нахо- дящееся в условиях плоской деформации. Процесс волнообразования на поверхности пленки рассматривается как эффект потери устойчивости поверхности плоской формы при её малом синусоидальном возмущении. В соответствии с подходом Азаро и Тиллера предполагается, что градиент химического потенциала, управляющий переносом масс вдоль поверхности, является результатом изменения напряжений вдоль поверхности и кривизны поверхности. Кроме того, считается, что объемная диффузия, возникающая при высокой температуре вследствие капил- лярного эффекта и изменений напряжений в массе материала, влияет на эволюцию поверхно- сти. Поток диффундирующего вещества вглубь материала также определяется химическим потенциалом. Упругая энергия на искривленной поверхности найдена из решения соответствую- щей задачи методом возмущений. Получена явная зависимость амплитуды искривления от

времени, физических и геометрических параметров задачи. Приводится анализ влияния этих параметров на критическое значение длины волны возмущения.

Библиогр. 19 назв. Ил. 4.

УДК 539.3

*Мальков В. М., Малькова Ю. В. Плоская задача нелинейной упругости для гармонического материала // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2008. Вып. 3. С. 114–126.*

Получены общие соотношения плоской задачи нелинейной упругости для модели гармонического материала Джона. Эта модель позволяет использовать в полной мере теорию комплексных потенциалов, применяемую при решении плоских задач линейной упругости. Для указанной модели материала найдены аналитические решения следующих сингулярных краевых задач: задачи Фламана для полуплоскости, нагруженной сосредоточенной силой на границе; задачи для двухкомпонентной плоскости со скачками напряжений и деформаций на линии раздела полуплоскостей из разных материалов; задачи о межфазной трещине, расположенной на линии раздела.

В нелинейной задаче Фламана условные напряжения не зависят от параметров материала и имеют ту же корневую особенность, что и напряжения линейной задачи Фламана. Напряжения других видов, в частности истинные напряжения Коши, зависят от модулей упругости.

Условные напряжения нелинейной задачи для межфазной трещины имеют корневую особенность и осцилляцию у концов трещины, как и напряжения линейной задачи. Явление осцилляции решения у концов трещины, по-видимому, связано с использованием модели гармонического материала, оно может отсутствовать для некоторых других моделей, например, осцилляция отсутствует для несжимаемого неогуковского материала. Известно, что перемещения линейной задачи имеют логарифмическую особенность у концов трещины, что противоречит физике, эта особенность сохранилась и в нелинейной задаче для гармонического материала Джона.

Библиогр. 24 назв.

УДК 519.67

*Григорьев М. И. Построение сферы с помощью проективных поверхностей Безье // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2008. Вып. 3. С. 127–131.*

Проективные (дробно-рациональные) поверхности Безье второго порядка на четырёхугольнике определяются в трёхмерном пространстве девятью точками и положительными весами, которые приписываются этим точкам. За счёт изменения положения полюсов и значений весов можно управлять формой поверхности.

В статье показывается, как с помощью проективной поверхности Безье второго порядка построить сферу. Используются специальный набор полюсов, три из которых являются кратными, и соответствующим образом подобранные веса.

Библиогр. 5 назв. Ил. 4.

УДК 531.36:534.1

*Евдокимов С. М. Абсолютная устойчивость двумерных систем с гистерезисной функцией релейного типа // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2008. Вып. 3. С. 132–135.*

Рассматривается система автоматического управления

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -\alpha y - \beta x - \varphi(t, \sigma), \end{cases} \quad (1)$$

где  $\sigma = ay + bx$ ,  $\alpha > 0$ ,  $\beta > 0$  и  $b^2 - \alpha ab + a^2\beta \neq 0$ .

Релейно-гистерезисная функция  $\varphi(t, \sigma)$ , состоящая из двух ветвей однозначных функций  $\varphi_1(t, \sigma)$  и  $\varphi_2(t, \sigma)$  имеет вид

$$\varphi(t, \sigma) = \begin{cases} \varphi_1(t, \sigma), & \text{если } \sigma \geq -\delta, \\ \varphi_2(t, \sigma), & \text{если } \sigma \leq \delta \quad (\delta > 0), \end{cases} \quad (2)$$

$$S \leq \varphi_1(t, \sigma) \leq M, \quad -M \leq \varphi_2(t, \sigma) \leq -S \quad (S > 0, \quad M > 0).$$

Фазовая поверхность системы (1) с нелинейностью вида (2) состоит из двух листов  $P_1 = \{(x, y) : \sigma \geq -\delta\}$  и  $P_2 = \{(x, y) : \sigma \leq \delta\}$ , перекрывающихся друг друга в «зоне неоднозначности»  $-\delta \leq \sigma \leq \delta$ . Предполагается, что функции  $\varphi_i(t, \sigma) : \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ( $i = 1, 2$ ) удовлетворяют условиям существования и единственности решения в каждой точке фазовой поверхности.

В работе сформулировано определение абсолютной устойчивости двумерных систем (1) с релейно-гистерезисной нелинейностью вида (2) и приведены необходимые и достаточные условия абсолютной устойчивости, которые получены с помощью метода систем сравнения.

Библиогр. 8 назв. Ил. 1.

УДК 517.9, 531.33, 535.4, 539.3, 550.3

*Киселев А. П., Тагирджанов А. М. Лявовские волны с поперечной структурой // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2008. Вып. 3. С. 136–139.*

В работе построены новые точные решения задачи о динамической теории упругости распространения поверхностных волн для произвольной слоистой изотропной структуры. Эти решения описывают волны с прямолинейными фронтами, распространяющиеся с фазовыми скоростями обычных лявовских  $SH$ -поляризованных волн. Построенные решения обладают амплитудой, линейно зависящей от поперечной латеральной переменной, и, наряду со стандартной лявовской поляризацией  $SH$ , имеют аномальную продольно поляризованную компоненту. Построение ведется в предположении о существовании стандартной волны Лява. Оно основано на введении потенциала и совершенно элементарно.

Построены новые точные решения задачи динамической теории упругости для произвольной слоистой изотропной упругой структуры. Они описывают волны с прямолинейными фронтами, распространяющиеся с фазовыми скоростями обычных лявовских волн, причем амплитуды их линейно зависят от поперечной латеральной переменной. Наряду со стандартной лявовской поляризацией  $SH$ , эти волны имеют продольно поляризованную компоненту. Построение имеет элементарный характер и основано на введении потенциала.

Библиогр. 6 назв.

УДК 539.3

*Краковская Е. В. О напряженно-деформированном состоянии внешней оболочки глаза // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2008. Вып. 3. С. 140–143.*

В работе проведен сравнительный анализ аналитического и численного решений задачи о напряженно-деформированном состоянии внешней оболочки глаза под действием внутреннего давления. Внешняя оболочка глаза моделируется, как сопряженные изотропные или трансверсально-изотропные однородные сферические оболочки разного радиуса кривизны — склера и роговица. Изучается влияние параметров оболочек и внутреннего давления на напряженно-деформированное состояние внешней оболочки глаза.

В первой модели роговица и склера предполагаются однородными и изотропными. Аналитическое решение найдено методом асимптотического интегрирования на основе уравнений В. В. Новожилова с выполнением условий непрерывности решения на линии сопряжения оболочек.

Во второй модели рассматривается задача о деформации роговицы и склеры как трансверсально-изотропных сопряженных оболочек под действием внутриглазного давления. Численное решение для обеих моделей получено с помощью МКЭ в прикладном пакете ANSYS.

Сравнение результатов для изотропной и трансверсально-изотропной составных оболочек показывает, что анизотропия существенно влияет на величину и на форму прогиба роговицы. Прогиб роговицы как трансверсально-изотропной сферической оболочки больше, а его форма ближе к реальной.

Библиогр. 6 назв. Ил. 1. Табл. 3.

УДК 519.21

*Сагателян В. К. Об одной новой модели рекордных величин* // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2008. Вып. 3. С. 144–147.

Построена новая математическая модель рекордных величин, названная «рекордами с подтверждением». В основе идеи построения этой модели лежит понятие  $k$ -х рекордов, которое в свою очередь является обобщением таких понятий, как обычные математические рекорды и экстремальные порядковые статистики. Рекорды с подтверждением рассмотрены для произвольного фиксированного  $k = 1, 2, \dots$  в предположении, что исходные случайные величины  $X_1, X_2, \dots$  независимы и имеют общую непрерывную функцию распределения. Для новых рекордных величин получены два представления в тех важных частных случаях, когда исходные величины имеют экспоненциальное или равномерное распределение. Для экспоненциальных и равномерных рекордов с подтверждением найдены математические ожидания и дисперсии.

Библиогр. 4 назв.

## CONTENTS

### Dedicated 95-years of birthday D. R. Merkin

|  |    |
|--|----|
| David Rakhmilyevich Merkin (dedicated to his 95th birthday). <i>Gelig A. Kh., Leonov G. A., Morozov N. F., Sabaneev V. S., Tovstik P. E., Yakubovich V. A.</i> ..... | 3  |
| <i>Blinov E. N., Sokolov B. M.</i> Stability, estimation of state and control in a certain nonlinear system  | 7  |
| <i>Gelig A. Kh.</i> Stability of nonlinear discrete-time systems in the simplest critical case .....   | 15 |
| <i>Zuber I. E.</i> The extension of class of stabilizable discrete-time nonlinear systems.....   | 19 |
| <i>Leonov G. A., Kuznetsov N. V., Kudryashova E. V.</i> Limit cycles of two-dimensional systems. Calculations, proofs, experiments.....                              | 25 |
| <i>Tovstik P. E., Shekhovtsov A. S., Shekhovtsov V. A.</i> On the Mises girder.....  | 62 |

### Mathematics

|  |    |
|--|----|
| <i>Krym V. R., Petrov N. N.</i> The curvature tensor and the Einstein equations for the four-dimensional nonholonomic distribution ..... | 68 |
| <i>Makarov A. A.</i> Normalized trigonometrical splines of Lagrange's type .....   | 81 |

### Mechanics

|  |     |
|--|-----|
| <i>Arutyunyan A. R., Zimin B. A., Sud'enkov Yu. V.</i> The investigation of cyclic durability of construction materials by the method of optical-acoustic spectroscopy ..... | 88  |
| <i>Byachkov A. B., Zegzhda S. A., Cattani C., Yushkov M. P.</i> The refined model of acceleration of a car as a problem with a non-retaining constraint .....                | 97  |
| <i>Grekov M. A., Kostyrko S. A.</i> Generation of a relief on the surface of a film coating under the surface and volume diffusion .....                                     | 106 |
| <i>Mal'kov V. M., Mal'kova Yu. V.</i> The plane problem of non-linear elasticity for harmonic material..   | 114 |

### Brief scientific messages

|  |     |
|--|-----|
| <i>Grigoriev M. I.</i> The construction of a sphere by means of the projective Bezier patches .....                | 127 |
| <i>Evdokimov S. M.</i> Absolute stability of two-dimensional systems with a hysteresis function of relay type..... | 132 |
| <i>Kiselev A. P., Tagirdzhanov A. M.</i> The Love waves with a transverse structure .....                          | 136 |
| <i>Krakovskaya E. V.</i> On the stress-strain state of a corneoscleral eye shell .....                             | 140 |
| <i>Sagatelyan V. K.</i> On a new model of record values .....  | 144 |

### Chronicle

|   |     |
|---|-----|
| A. L. Fradkov (dedicated 60-years of birthday). <i>Gelig A. Kh., Indeytsev D. A., Leonov G. A., Morozov N. F., Shepelyavy A. I., Yakubovich V. A.</i> ..... | 148 |
|---|-----|

|                     |     |
|---------------------|-----|
| <b>Papers</b> ..... | 151 |
|---------------------|-----|

|                        |     |
|------------------------|-----|
| <b>Abstracts</b> ..... | 158 |
|------------------------|-----|