

Научно-теоретический журнал  
Издается с августа 1946 года

## СОДЕРЖАНИЕ

### Математика

<i>Зубер И. Е., Гелиг А. Х.</i> Устойчивость неопределённых дискретных систем .....	3
<i>Крым В. Р., Петров Н. Н.</i> Главные расслоения и проблема топологического квантования зарядов .....	10
<i>Лебединская Н. А., Лебединский Д. М.</i> Кратномасштабное разложение для аппроксимации Зламала .....	18
<i>Мемнонов В. П.</i> Тестирование генераторов случайных чисел с помощью численного моделирования точно решаемой задачи .....	23
<i>Смирнова В. Б., Утина Н. В., Шепелявый А. И., Перкин А. А.</i> Частотные оценки числа про- скальзываний циклов в фазовой системе с векторной нелинейностью .....	33
<i>Товстик Т. М.</i> О критериях при оценке остатка кубатурных формул .....	44

### Механика

<i>Арутюнян Р. А.</i> Проблема охрупчивания в механике материалов .....	54
<i>Бабарыкин К. В., Кузьмина В. Е., Матвеев С. К., Петрова В. Н.</i> Исследование автоколебаний в импактных струях .....	59
<i>Богатко В. И., Колтон Г. А., Потехина Е. А.</i> Об особенностях применения переменных Лагранжа при решении нестационарных задач гиперзвукового обтекания тел ...	68
<i>Лашков В. А., Матвеев С. К.</i> Изменение шероховатости поверхности под воздействием облака твердых частиц .....	76
<i>Лестев М. А., Тихонов А. А.</i> Нелинейные явления в динамике микромеханических гироскопов .....	83
<i>Мальшева О. М., Филиппов С. Б.</i> Влияние эксцентриситета на устойчивость подкрепленных шпангоутами цилиндрических оболочек под действием внешнего давления .....	89
<i>Новоселов В. С.</i> Оптимальные траектории касательной встречи .....	99
<i>Павловский В. А., Никущенко Д. В.</i> Реологическая модель для расчета течений жидкости в широком диапазоне чисел Рейнольдса .....	104
<i>Пронина Ю. Г.</i> Равномерная механохимическая коррозия поллой сферы из материала Прандтля под действием постоянного давления .....	113



<i>Рябинин А. Н., Ирису Э., Лезу Ж.-Г., Моро К.</i> Теплообмен сверхзвуковой струи с преградой в процессе холодного газодинамического напыления.....	123
<i>Цибаров В. А.</i> Стохастический метод в гемодинамике сосуда .....	129

## Астрономия

<i>Кузнецов Э. Д., Холшевников К. В.</i> Орбитальная эволюция дупланетной системы Солнце — Юпитер — Сатурн .....	139
--	-----

<b>Рефераты</b> .....	151
-----------------------	-----

<b>Abstracts</b> .....	159
------------------------	-----

<b>Contents</b> .....	166
-----------------------	-----

Правила оформления и условия приема статей в «Вестник СПбГУ. Сер. 1» .....	167
--	-----

Порядок рецензирования рукописей научных статей .....	168
---	-----

### РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ «ВЕСТНИКА СПбГУ»

Председатель д-р юрид. наук, проф. **Н. М. Кропачев**  
 Зам. председ. канд. биол. наук, проф. **И. А. Горлинский**  
 Зам. председ. д-р социол. наук, проф. **Н. Г. Скворцов**

#### Редакционная коллегия серии:

Отв. редактор — д-р физ.-мат. наук, проф. *П. Е. Товстик*  
 Зам. отв. редактора — д-р физ.-мат. наук, проф. *В. В. Петров*  
 Отв. секретарь — канд. физ.-мат. наук *Т. В. Волошинова*

д-р физ.-мат. наук, проф. *В. В. Витязев*, д-р физ.-мат. наук, проф. *Ю. К. Демьянович*, д-р физ.-мат. наук, проф. *С. М. Ермаков*, д-р физ.-мат. наук, член-корр. РАН, проф. *Г. А. Леонов*, д-р физ.-мат. наук, акад. РАН, проф. *Н. Ф. Морозов*, д-р физ.-мат. наук, проф. *С. К. Матвеев*, д-р физ.-мат. наук, проф. *В. С. Новоселов*, д-р физ.-мат. наук, проф. *В. Б. Невзоров*, д-р физ.-мат. наук, проф. *В. В. Петров*, д-р физ.-мат. наук, проф. *Л. А. Петросян*, д-р физ.-мат. наук, проф. *С. Ю. Пиллюгин*, д-р физ.-мат. наук, член-корр. РАН, проф. *В. А. Плисс*, д-р физ.-мат. наук, проф. *Н. Н. Уралъцева*, д-р физ.-мат. наук, проф. *К. В. Холшевников*

Адрес редколлегии: 198504, Петродворец, Университетский пр., 28

Проект реализован при финансовой поддержке Правительства Санкт-Петербурга

Редактор *Т. В. Семенова*  
 Компьютерная верстка *А. М. Вейшторп*  
 Номер подготовлен в  $\LaTeX$  2 $\epsilon$

**На наш журнал можно подписаться по каталогу  
 «Газеты и журналы» «Агентства “Роспечать”».  
 Подписной индекс 36429**

Подписано в печать 01.03.2009. Формат 70×100<sup>1</sup>/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 13,4. Уч.-изд. л. 13,65. Тираж 500 экз. Заказ № 125

Адрес редакции: 199004, С.-Петербург, В. О., 6-я линия, 11/21.

Телефоны: 328-44-22, 328-21-64. e-mail: ts@ts2340.spb.edu

Типография Издательства СПбГУ. 199061, С.-Петербург, Средний пр., 41.

УДК 517.938

Зубер И. Е., Гелиг А. Х. **Устойчивость неопределённых дискретных систем** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2009. Вып. 1. С. 3–9.

Рассматривается неопределённая система

$$x_{n+1} = A_n x_n, \quad n = 0, 1, 2, \dots,$$

где коэффициенты  $a_{ij}(n)$   $m \times m$ -матрицы  $A_n$  являются функционалами произвольной природы и удовлетворяют следующим ограничениям:

$$\begin{aligned} |a_{i,i}(n)| &\leq \alpha_* < 1, \\ |a_{i,j}(n)| &\leq \alpha_0 \quad \text{при } j \geq i + 1, \\ |a_{i,j}(n)| &\leq \delta \quad \text{при } j < i. \end{aligned}$$

К таким системам, в частности, относятся системы переключательного типа, у которых матрица  $A$  может принимать значения из заданного конечного множества.

С помощью построения специальной функции Ляпунова найдена оценка  $\delta \leq \delta(\alpha_0, \alpha_*)$ , при выполнении которой система глобально асимптотически устойчива. В частности, система устойчива, если последнее неравенство заменено на  $a_{i,j}(n) = 0$  при  $j < i$ .

Показано, что системы с широтно-импульсной модуляцией (ШИМ) сводятся к рассмотренной неопределённой системе, причём в случае ШИМ первого рода коэффициенты матрицы  $A$  являются функциями от  $x(n)$ , а при ШИМ второго рода — функционалами.

*Ключевые слова:* дискретные системы, глобальная асимптотическая устойчивость, широтно-импульсная модуляция.

Библиогр. 12 назв.

УДК 514.822:514.762.5:514.752.8+530.12:531.51:537.1

Крым В. Р., Петров Н. Н. **Главные расслоения и проблема топологического квантования зарядов** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2009. Вып. 1. С. 10–17.

В статье пространство допустимых скоростей частиц предполагается четырехмерным неголомомным распределением на главном или ассоциированном расслоении. Уравнения горизонтальных геодезических для этого распределения совпадают с уравнениями движения заряженной частицы общей теории относительности. Доказано, что если к группе Ли стандартной модели физики элементарных частиц «добавить» 4-тор, то волновые функции будут собственными функциями операторов зарядов и горизонтальный лифт не будет зависеть от констант связи. Построенные волновые функции удовлетворяют известному уравнению Дирака и его обобщениям. Для таких волновых функций выполняется топологическое квантование электрического, лептонных и барионного зарядов.

*Ключевые слова:* неголомомные распределения, линейная связность, тензор кривизны, уравнения Эйнштейна, теория Калуцы—Клейна, топологическое квантование.

Библиогр. 24 назв. Ил. 1. Табл. 1.

УДК 518

Лебединская Н. А., Лебединский Д. М. **Кратномасштабное разложение для аппроксимации Зламала** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2009. Вып. 1. С. 18–22.

Для аппроксимации Зламала (кусочно-полиномиальная степени не выше двух непрерывная аппроксимация) доказано, что при измельчении триангуляции новое пространство аппроксимирующих функций содержит старое. Явно выписаны формулы кратномасштабного разложения (разложения старых базисных функций по новым), для случая добавления в исходную

триангуляцию одного дополнительного узла на одно из ребер. Рассмотрены случаи добавления узла на граничное или внутреннее ребро триангуляции. Полученные формулы могут быть использованы также в случае добавления нескольких узлов одновременно в достаточно далекие друг от друга треугольники, поскольку рассматриваемая операция и ее влияние на коэффициенты разложения аппроксимирующей функции по стандартному базису Зламала локальны. Указаны локальные базисы дополнительных слагаемых  $W$  в разложении нового пространства аппроксимирующих функций в прямую сумму старого и  $W$ , также для случаев добавления нового узла на граничное или внутреннее ребро. Для указанных базисов в статье явно выписаны формулы декомпозиции и реконструкции вейвлетного преобразования. Все полученные в статье формулы были проверены с использованием системы компьютерной алгебры MuPAD 2.5.3 под Linux.

*Ключевые слова:* аппроксимация Зламала, кратномасштабное разложение, формулы декомпозиции, формулы реконструкции.

Библиогр. 4 назв.

УДК 519.6, 533.6.011

Мемнонов В. П. **Тестирование генераторов случайных чисел с помощью численного моделирования точно решаемой задачи** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2009. Вып. 1. С. 23–32.

С помощью численного моделирования методом Монте-Карло задачи с известным точным решением протестированы линейные мультипликативные генераторы с модулем  $M = 2^{31} - 1$  для применения в параллельных вычислениях. Полученные в численном решении задачи отклонения вращательных температур от известных теоретических значений сравнивались с возможными ошибками метода Монте-Карло, возникающими вследствие конечности используемых статистических выборок. Кроме этого, по выборочным коэффициентам корреляции оценивались истинные коэффициенты корреляции между вращательными температурами, полученными на разных процессорах и с разными множителями на каждом из них. А также в случае, когда на процессорах производились дополнительные выборки в конечном состоянии для увеличения общей выборки. Для этого случайные величины вращательных температур посредством частичного специального осреднения были преобразованы в приближенно нормальные случайные величины. И уже для них оценивались истинные коэффициенты корреляции по выборочным коэффициентам корреляции. Было найдено, что 204 различных множителей Фишмана и Мур показывают наилучшее качество в параллельной работе для метода Монте-Карло: все отклонения оказываются меньше теоретических монте-карловских ошибок. Причем не было обнаружено корреляций между случайными величинами, полученными с помощью генераторов с разными множителями. Так что, по видимому, генераторы с разными множителями порождают независимые последовательности псевдослучайных чисел. Однако, если на каждом процессоре производились дополнительные выборки, как это часто делают для увеличения общей выборки, то корреляции в них появлялись, причем значения теоретических ошибок Монте-Карло для множителей из нижней части рейтинга Фишмана и Мур во многих таких случаях были меньше величин температурных отклонений и их поэтому не следует использовать подобным образом.

*Ключевые слова:* генераторы случайных чисел, параллельные программы, метод Монте-Карло, коэффициенты корреляции.

Библиогр. 16 назв. Ил. 4.

УДК 517.93+681.511.42

Смирнова В. Б., Утина Н. В., Шепелявый А. И., Перкин А. А. **Частотные оценки числа проскальзываний циклов в фазовой системе с векторной нелинейностью** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2009. Вып. 1. С. 33–43.

Рассматриваются два класса фазовых систем управления с векторными нелинейными функциями. Это системы, описываемые обыкновенными дифференциальными уравнениями, и системы, описываемые разностными уравнениями. Они характеризуются присутствием векторной периодической нелинейной функции в математическом описании системы. Исследуется задача о числе проскальзываний циклов. Для обоих классов систем управления по каждой угловой координате получены частотные оценки ее отклонения от начального значения. Используется прямой метод Ляпунова с периодическими ляпуновскими функциями. С помощью леммы Якубовича—Калмана все результаты сформулированы в терминах передаточной функции линейной части системы. Результаты имеют форму частотных неравенств с варьируемыми параметрами, которые удовлетворяют алгебраическим неравенствам.

*Ключевые слова:* фазовые системы, метод Ляпунова, лемма Якубовича—Калмана, проскальзывание циклов.

Библиогр. 16 назв.

УДК 539.30

Товстик Т.М. **О критериях при оценке остатка кубатурных формул** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2009. Вып. 1. С. 44–53.

Рассматриваются кубатурные формулы при вычислении интегралов от функций  $f(X)$ ,  $X = (x_1, \dots, x_n)$ , заданных  $n$ -мерном единичном гиперкубе  $K^n = [0, 1]^n$  и имеющих интегрируемые смешанные производные вида  $\partial_{x_1^{\alpha_1}, \dots, x_n^{\alpha_n}} f(X)$ ,  $0 \leq \alpha_j \leq 2$ . Оцениваются остатки кубатурных формул  $R[f] = \int_{K^n} f(X) dX - \sum_{k=1}^N c_k f(X(k))$ ,  $c_k > 0$  в зависимости от весов  $c_k$  узлов  $X(k)$  и свойств интегрируемых функций. Остаток оценивается через интегралы от производных функций  $f$  на  $r$ -мерных границах ( $r \leq n$ ) гиперкуба  $K^n$  в виде  $|R[f]| \leq \sum_{\alpha_j} G(\alpha_j) \int_{K^r} |\partial_{x_1^{\alpha_1}, \dots, x_n^{\alpha_n}} f(X)| dX_r$ , где коэффициенты  $G(\alpha_j)$  суть критерии, зависящие только от параметров  $c_k$  и  $X(k)$ . В статье приводится алгоритм вычисления критериев в двухмерном и  $n$ -мерном случаях. Рассмотрены примеры. Частным случаем критериев является дискрепанс, а предложенный алгоритм является обобщением алгоритмов, используемых для вычисления дискрепанса. Результаты работы могут быть использованы для оптимизации кубатурных формул в зависимости от параметров  $c_k$  и  $X(k)$ .

*Ключевые слова:* кубатурные формулы, оценка остатка, дискрепанс.

Библиогр. 7 назв.

УДК 669.018:539.5

Арутюнян Р.А. **Проблема охрупчивания в механике материалов** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2009. Вып. 1. С. 54–58.

В механике материалов наметились два направления экспериментальных исследований эффекта охрупчивания. Работы по первому направлению относятся к оценке «хрупкости» в испытаниях на ударное нагружение путем определения количества поглощенной энергии при разрушении образца с трещиной, а также опытах по изучению вязкости разрушения. Недостатки этих методов широко обсуждаются в научной литературе. Второе направление является традиционным, когда изучается степень охрупчивания материалов в опытах над сплошными образцами. В этом случае в качестве характеристик охрупчивания используются остаточное относительное удлинение или остаточное относительное сужение после разрыва. Как следует из наших представлений, традиционное определение этих параметров не является вполне корректным, соответственно, не может характеризовать реальную степень охрупчивания. Для более точного описания этого явления, в работе предложено соответствующее физико-механическое определение параметра охрупчивания.

*Ключевые слова:* охрупчивание металлов, тепловая и радиационная хрупкость, зернограничная пористость, радиационное распухание, деформационные характеристики, относительное удлинение и относительное сужение после разрыва, закон сохранения массы, сжимаемый материал.

Библиогр. 15 назв.

УДК 533.6.011

Бабарыкин К. В., Кузьмина В. Е., Матвеев С. К., Петрова В. Н. **Исследование автоколебаний в импульсных струях** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2009. Вып. 1. С. 59–67.

В работе изучается механизм автоколебаний в импульсных струях. Проводится численное моделирование процесса автоколебаний в недорасширенной сверхзвуковой струе, натекающей на плоскую ограниченную преграду. Для построения адекватной явлению физической модели применяется метод перехода от общего к частному, а именно, автоколебания в импульсных струях рассматриваются как частный случай общего круга задач об автоколебаниях, возникающих при обтекании тел неравномерными потоками газа с образованием передней срывной зоны. Предлагается новая физическая модель явления, учитывающая интенсивное затекание высокоэнтропийного газа из периферийного потока в отрывную область и взаимосвязь процессов в периферийном потоке и в отрывной области. Механизм автоколебаний связан с периодическим затеканием высоконапорного газа из периферийного потока в отрывную область и последующим истечением газа из нее. Смена фаз затекания и истечения обусловлена изменением размеров отрывной области. Увеличение размеров отрывной зоны ведет к прекращению затекания газа и началу истечения газа из отрывной области. Уменьшение размеров отрывной области в фазе истечения ведет к тому, что периферийный поток вновь попадает на преграду, препятствуя истечению газа из отрывной области. Далее процесс повторяется. Взаимовлияние процессов в отрывной области и в периферийном потоке проявляется, главным образом, в наличии волн разрежения, согласованных с ударными волнами в смежных областях течения.

*Ключевые слова:* поток, преграда, ударная волна, волна разрежения, автоколебания.

Библиогр. 13 назв. Ил. 5.

УДК 517.95:533.601.1

Богатко В. И., Колтон Г. А., Потехина Е. А. **Об особенностях применения переменных Лагранжа при решении нестационарных задач гиперзвукового обтекания тел** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2009. Вып. 1. С. 68–75.

Рассматриваются особенности применения переменных Лагранжа в задачах гиперзвукового обтекания тел. Отмечается, что в задачах с интенсивными ударными волнами за переменные Лагранжа целесообразно выбирать значения параметров, характеризующих частицу, не на поверхности  $t = t_0$  ( $t_0 = \text{const}$ ), а на поверхности  $t = \sigma$ , где  $\sigma$  — тот момент времени, когда частица пересекает поверхность разрыва. На примере решения двумерных задач обтекания плоских и осесимметричных тел, движущихся с большой переменной скоростью, показано, как переход к переменным Лагранжа позволяет получить удобную для применения метода тонкого ударного слоя систему уравнений, описывающую течение газа за фронтом интенсивной ударной волны. Решение строится в виде рядов по степеням малого параметра, характеризующего отношение плотностей газа на фронте головной ударной волны. Отмечено, что все нелинейные эффекты задачи сосредоточены в уравнении для определения закона движения частицы газа в нулевом приближении. Указаны случаи, для которых это уравнение удастся проинтегрировать. Для всех остальных искомым величин решение выписано в квадратурах. Исследуется процесс перестройки течения газа в ударном слое при изменении

режима движения тела. Выделена зона, в которой происходит перестройка течения. Получено условие для определения времени существования этой области (времени установления нового режима течения.) В частном случае перехода от равномерного движения клина к равноускоренному время установления равноускоренного движения определяется из квадратного уравнения.

*Ключевые слова:* газовая динамика, обтекание тел, гиперзвуковые течения, нестационарные течения, переменные Лагранжа, тонкий ударный слой.

Библиогр. 7 назв.

УДК 539.374

Лашков В. А., Матвеев С. К. **Изменение шероховатости поверхности под воздействием облака твердых частиц** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2009. Вып. 1. С. 76–82.

Поверхность тела под воздействием твердых частиц двухфазного потока подвергается деформации и разрушению и, таким образом, изменяет свою шероховатость. Для оценки степени деформации поверхности на основе полуэмпирической теории внедрения сферического ударника в поверхность мишени определена глубина лунки, остающаяся на поверхности после удара. Рассмотрено инерционное внедрение абсолютно жесткой сферы в металлическое полупространство мишени. Получено выражение для максимальной глубины внедрения сферического ударника в полупространство в широком диапазоне изменения безразмерных параметров. Проведено сравнение полученных результатов расчета глубины внедрения с экспериментальными данными.

Рассмотрена эволюция шероховатости поверхности во время воздействия на нее твердых частиц газозвеси. Найдена величина вероятности падения частиц потока газозвеси в лунки, оставленные предыдущими частицами. Проведена оценка того, как быстро поверхность модели покрывается лунками от ударов частиц. Показано, что несколько секунд нахождения экспериментальной модели в потоке газозвеси достаточно для того, чтобы частицы начали падать на деформированную предыдущими частицами поверхность. Поэтому при экспериментальном определении коэффициентов восстановления скорости при взаимодействии газозвеси с мишенью следует учитывать шероховатость поверхности, которая образуется от ударов частиц.

*Ключевые слова:* твердые частицы, шероховатость поверхности, глубина внедрения, вероятность падения в лунку.

Библиогр. 14 назв. Ил. 4.

УДК 517.91:531.383

Лестев М. А., Тихонов А. А. **Нелинейные явления в динамике микромеханических гироскопов** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2009. Вып. 1. С. 83–88.

Рассматриваются вибрационные микромеханические гироскопы (ММГ) LL- и RR-типов. Учитываются нелинейные зависимости сил упругости подвесов и электростатических сил от перемещений чувствительных элементов ММГ. Получены нелинейные дифференциальные уравнения ММГ, функционирующих в режиме измерений. Эти уравнения содержат как аналитические, так и неаналитические нелинейности. Исследовано влияние указанных нелинейностей на динамику и точность вибрационных ММГ. С использованием приема усреднения обнаружены устойчивые стационарные режимы вибрационных ММГ. Построены соответствующие резонансные кривые. Полученные результаты могут найти применение при проектировании приборов рассмотренных типов.

*Ключевые слова:* микромеханический гироскоп, чувствительный элемент, динамика, нелинейные колебания.

Библиогр. 8 назв. Ил. 2.

Малышева О. М., Филиппов С. Б. **Влияние эксцентриситета на устойчивость подкрепленных шпангоутами цилиндрических оболочек под действием внешнего давления** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2009. Вып. 1. С. 89–98.

В последние годы происходит интенсивное развитие численных методов расчета тонкостенных конструкций. Однако их использование в задачах динамики и устойчивости подкрепленных оболочек связано с определенными трудностями. В связи с этим в теории подкрепленных оболочек до сих пор сохраняют ведущие позиции асимптотические методы.

Задача определения оптимальных параметров подкрепленной цилиндрической оболочки, обеспечивающих максимальное значение критического давления для оболочки с фиксированной массой, была решена асимптотическим методом в том случае, когда центр тяжести поперечного сечения шпангоута находится на срединной поверхности оболочки. Однако в реальных конструкциях расстояние между центром тяжести поперечного сечения шпангоута и срединной поверхностью оболочки, называемое эксцентриситетом, отлично от нуля, так как шпангоуты расположены либо внутри оболочки, либо снаружи от нее.

В данной работе асимптотическим методом получены приближенные формулы для определения критического внешнего давления для подкрепленной шпангоутами круговой цилиндрической оболочки при наличии эксцентриситета. Показано, что формула Брайанта–Кендрика, рекомендованная в США для инженерных расчетов, дает завышенное значение критического давления. Разработан алгоритм определения оптимального расположения шпангоутов и размеров их прямоугольных поперечных сечений. Найдены значения оптимальных параметров для ряда тонкостенных конструкций.

*Ключевые слова:* потеря устойчивости, подкрепленная оболочка, оптимальные параметры, асимптотический метод.

Библиогр. 7 назв. Ил. 4.

УДК 531.1:629.76

Новоселов В. С. **Оптимальные траектории касательной встречи** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2009. Вып. 1. С. 99–103.

Предложен вариационный метод оптимизации компланарных траекторий касательной встречи с заданной относительной скоростью и с учетом продолжительности активных участков. Дано аналитическое построение трех последовательных приближений в задаче перехода между компланарными орбитами малых эксцентриситетов и приведены выражения только до членов третьего порядка. Обсуждаются полученные аналитические выражения для минимального расхода характеристических скоростей и оптимальной ориентации тяги.

*Ключевые слова:* аналитические методы механики космического полета, маневры в центральном гравитационном поле, оптимальные перелеты между орбитами, оптимальная ориентация тяги.

Библиогр. 9 назв.

УДК 532.5.032

Павловский В. А., Никущенко Д. В. **Реологическая модель для расчета течений жидкости в широком диапазоне чисел Рейнольдса** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2009. Вып. 1. С. 104–112.

В настоящей работе предлагается подход к построению феноменологической модели движения вязкой жидкости, альтернативный гипотезе пути перемешивания Л. Прандтля. Рассматриваемый подход позволяет описывать движение жидкости независимо от того, какой режим течения реализуется в данной области потока. На базе данного подхода разработана дифференциальная однопараметрическая модель течения вязкой жидкости, применимая при любых режимах движения — «Единая ламинарно-турбулентная модель» (ЕЛТМ). Для этого в



рассмотрение вводится поле скалярной меры турбулентности, которая в случае простого сдвигового течения представляет собою отношение напряжения Рейнольдса к величине суммарного напряжения. Это позволяет записать новое выражение для турбулентной вязкости. Влияние поля меры турбулентности на поток учитывается при помощи дополнительного дифференциального уравнения переноса. Модель пригодна как для сжимаемой, так и несжимаемой жидкости, и позволяет для установившихся простых сдвиговых течений получать решения в квадратурах. В настоящей статье приводятся различные формы системы уравнений движения и граничные условия.

*Ключевые слова:* вязкая жидкость, турбулентность, модель турбулентности, уравнения Рейнольдса, напряжения Рейнольдса, вихревая вязкость.

Библиогр. 16 назв.

УДК 539.3

**Пронина Ю. Г. Равномерная механохимическая коррозия полый сферы из идеального упругопластического материала под действием постоянного давления // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2009. Вып. 1. С. 113–122.**

В настоящей статье рассмотрена сплошная равномерная поверхностная механохимическая коррозия толстенной сферы, подверженной постоянному внутреннему и внешнему давлению агрессивных сред. Материал сферы считается идеальным упругопластическим, с учетом изменения его механических характеристик во времени. Скорость коррозии предполагается обратно пропорциональной экспоненциальной функции от времени (в случае возникновения плотной оксидной пленки, что приводит к снижению скорости коррозии). Кроме того, согласно большинству экспериментальных данных, скорость коррозии линейно зависит от интенсивности напряжений. В статье построено дифференциальное уравнение роста интенсивности напряжений на стадии упругого деформирования. Найдено решение этого уравнения. Выведены формулы для определения толщины стенок сферы в любой момент времени. Построено аналитическое решение задачи для случая, когда скорость коррозии не зависит от напряжений. Сформулированы условия перехода сферы под давлением в пластическое состояние по всей толщине. Разработан алгоритм определения теоретической долговечности сосуда, подверженного давлению агрессивных сред. Предложены функции состояний для оценки долговечности сферы. Рассмотрено несколько примеров. Даны некоторые замечания к статье [5].

*Ключевые слова:* агрессивная среда, механохимическая коррозия, упругопластическая деформация, полая сфера, долговечность, предсказание долговечности.

Библиогр. 7 назв.

УДК 533.6.011

**Рябинин А. Н., Ириссу Э., Легу Ж.-Г., Моро К. Теплообмен сверхзвуковой струи с преградой в процессе холодного газодинамического напыления // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2009. Вып. 1. С. 123–128.**

Термографические измерения с временным разрешением выполнены с помощью высокоскоростной инфракрасной камеры в процессе холодного газодинамического напыления без частиц. Эксперименты проведены на коммерческой установке холодного напыления в широком диапазоне температур газа и поперечных скоростей сопла. Температура поверхности образца измерялась непосредственно против сопла и на определенных расстояниях от сопла, давая общую картину поступления тепла на образец в реальных условиях напыления. Предложена . Часть параметров модели определена из эксперимента. Создана компьютерная программа для расчета теплообмена. Результаты расчетов находятся в соответствии с результатами эксперимента для различных температур торможения газа и для различных скоростей поперечного движения сопла.

*Ключевые слова:* термографические измерения, математическая модель теплообмена.

Библиогр. 3 назв. Ил. 4.

Цибаров В. А. **Стохастический метод в гемодинамике сосуда** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2009. Вып. 1. С. 129–138.

Предложена модификация стохастической модели крови. Во внимание принимаются распределения частичек крови по массам и объемам. Во внимание также принимаются процессы распада — агрегирования частичек и влияние магнитных полей. Предложена новая полная и замкнутая система уравнений гемодинамики. Она базируется на стохастическом уравнении. Предложены варианты решения проблемы СОЭ и проблемы кровеносного капилляра. Формулируется граничная задача в гемодинамике. Вычислены параметры межчастичного потенциала взаимодействия. Получено влияние распределения частиц по объемам, много-частичных соударений и потенциала притяжения на коэффициенты вязкости и коэффициент самодиффузии. Приведены качественные свойства крови и ее структурных элементов. Получены уравнение политропы и формула для скорости звука политропной среды. Показано, что числовая плотность агрегирующей крови описывается логистической кривой. Дан алгоритм получения поправок Барнетта в тензор напряжений и вектор самодиффузии из их выражений для плотного газа или газовзвесей.

*Ключевые слова:* стохастический (кинетический) метод, функция распределения, гидровзвесь, гемодинамика, уравнения переноса, кровеносный сосуд, капилляр, политропа, неньютоновская среда, агрегирование, коагуляция, форменные элементы, коэффициенты переноса, реология.

Библиогр. 20 назв.

УДК 521.1:531.011

Кузнецов Э. Д., Холшевников К. В. **Орбитальная эволюция двупланетной системы Солнце — Юпитер — Сатурн** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2009. Вып. 1. С. 139–150.

Исследована орбитальная эволюция двупланетной системы Солнце — Юпитер — Сатурн. Гамильтониан записан в оскулирующих элементах, отнесенных к координатам Якоби и представлен в виде разложения в ряд Пуассона по всем элементам. Методом Хори—Депри с использованием эшелонированных рядов Пуассона произведено осреднение гамильтониана по средним долготам Юпитера и Сатурна с точностью до третьей степени малого параметра (отношение масс Юпитера и Солнца). Производящая функция осредняющего преобразования и индуцированные ею соотношения между оскулирующими и средними элементами найдены с точностью до второй степени малого параметра. Осуществлено численное интегрирование осредненных уравнений на интервале времени 10 млрд. лет. Движение планет носит почти-периодический характер. Разность между вторым и первым приближением имеет порядок корня из малого параметра, что свидетельствует о наличии слабого резонанса. Показано, что учет членов третьего порядка слабо влияет на качественную картину движения, но необходим для правильного определения основных периодов.

*Ключевые слова:* планетная система, орбитальная эволюция, осреднение, метод Хори—Депри.

Библиогр. 17 назв. Ил 3. Табл. 4.

UDK 517.938

Zuber I. E., Gelig A. Kh. **Stability of uncertain discrete-time systems** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2009. Issue 1. P. 3–9.

The uncertain system

$$x_{n+1} = A_n x_n, \quad n = 0, 1, 2, \dots,$$

is considered.

The coefficients  $a_{ij}(n)$  of  $m \times m$ -matrix  $A_n$  are arbitrary functionals and satisfy the following conditions

$$\begin{aligned} |a_{i,i}(n)| &\leq \alpha_* < 1, \\ |a_{i,j}(n)| &\leq \alpha_0, \quad j \geq i + 1, \\ |a_{i,j}(n)| &\leq \delta, \quad j < i. \end{aligned}$$

In particular, one of such systems is a switching-type system where the matrices  $A_n$  can take any values from a given finite set.

Constructing a special Lyapunov function, the estimate  $\delta \leq \delta(\alpha_0, \alpha_*)$  is obtained, which guarantees global asymptotical stability. In particular, a system is stable if the latter inequality is replaced by  $a_{i,j}(n) = 0$  for  $j < i$ .

It is shown that pulse-width modulation (PWM) systems can be reduced to the uncertain systems considered above. In the cases of PWM of type 1 and type 2 the coefficients of  $A$  are functions of  $x(n)$  and functionals, respectively.

*Keywords:* discrete-time systems, global asymptotical stability, pulse-width modulation.

*Bibliogr.* 12 references.

UDK 514.822:514.762.5:514.752.8+530.12:531.51:537.1

Krym V. R., Petrov N. N. **The principal bundles and the problem of topological quantization of charges** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2009. Issue 1. P. 10–17.

In this paper the space of admissible particle velocities is assumed to be the four-dimensional nonholonomic distribution on the principal or associated bundle. Equations of the horizontal geodesics for this distribution are the same as the equations of motion of a charged particle in the general relativity theory. It is proved that if we «add» a 4-torus to the elementary particle physics Standard Model Lie group, then the wavefunctions will be eigenfunctions of the operators of charges and the horizontal lift will not depend on the coupling constants. The wavefunctions constructed satisfy the well-known Dirac equation and its generalizations. For such wavefunctions the topological quantization of the electric, leptonic and baryonic charges is fulfilled.

*Keywords:* nonholonomic distributions, linear connection, curvature tensor, Einstein equations, Kaluza–Klein theory, topological quantization.

*Bibliogr.* 24 references. Fig. 1. Table 1.

UDK 518

Lebedinskaya N. A., Lebedinski D. M. **Multiresolution analysis for Zlamal approximation** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2009. Issue 1. P. 18–22.

For the Zlamal approximation (piecewise continuous approximation of degree less or equal to two) the new space of approximating functions is proved to contain the old one for a refinement of the triangulation. The multiresolution expansion formulas, which express the old basis functions as linear combination of the new ones, are explicitly written for the case of adding a vertex to one of the edges. We consider both the cases of adding a vertex to a boundary edge or an internal one. The formulas obtained can be used as well if we add multiple vertices to triangles sufficiently far from

each other, since the triangulation transformation in question and its influence on the coefficients of the expansion of approximating function with respect to the standard Zlamal basis, are local. Local bases of a complimentary summands  $W$  in the decomposition of the new approximating function space into the direct sum of the old one and  $W$ , also for the cases of adding a vertex to a boundary edge or an internal one. For the bases indicated the decomposition and reconstruction formulas of the wavelet transformation are explicitly written. All the formulas obtained were verified by the computer algebra system MuPAD 2.5.3 for Linux.

*Keywords:* Zlamal approximation, multiresolution analysis, decomposition formula, reconstruction formula.

Bibliogr. 4 references.

UDK 519.6, 533.6.011

*Memnonov V. P. Testing of random number generators via simulation of a problem with exact solution // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2009. Issue 1. P. 23–32.*

Through numerical Monte Carlo simulation of a problem with known exact solution the linear multiplicative generators with the modulus  $M = 2^{31} - 1$  were tested for the use in parallel calculations. Obtained final temperatures departures from known theoretical values in the simulated problem were compared with possible Monte Carlo errors produced by finite samples used. In addition with the help of the sample correlation coefficients it was estimated the true correlation coefficients between the rotational temperatures, obtained on different processors and with different multipliers on each of them. Also in the case when on processors the additional samples in the final state were calculated in order to enlarge general sample. For this simulated random temperature variables by partly averaging were transformed into approximate normal variables. Then for them the true correlation coefficients were estimated from the sample correlation coefficients. It was found that generators with 204 different Fishman-Moore's multipliers in parallel work show best Monte Carlo quality, with all the departures being below values of theoretical Monte Carlo errors. No correlations between random variables produced by generators with different multipliers were revealed in this case. So that apparently generators with different multipliers produce independent sequences of pseudorandom numbers. Yet if some additional samples on every processor were taken, as it often used in order to enlarge the general sample, the correlations inside them appeared with the values of Monte Carlo errors being overshooted by temperature departures for multipliers from the low part of Fishman—Moore's rating in many such cases. Therefore they should not be used in similar manner.

*Keywords:* random number generators, parallel codes, Monte Carlo method, correlation coefficients.

Bibliogr. 16 references. Fig. 4.

UDK 517.93+681.511.42

*Smirnova V. B., Utina N. V., Shepelyavyi A. I., Perkin A. A. Frequency—domain estimates for the number of slipped cycles in a phase system with vector nonlinearity // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2009. Issue 1. P. 33–43.*

Two classes of phase control systems with vector nonlinear functions are considered. They are systems described by ordinary differential equations and systems described by difference equations. Their main feature is the presence of vector periodic nonlinear function in mathematical description of the system. The problem of cycle slipping is investigated. For the both classes of control systems the frequency—domain estimates for deviation of each angular coordinate from its initial value are obtained. The direct Lyapunov method with periodic Lyapunov functions is exploited. By means of the Yakubovich—Kalman lemma all the results are formulated in terms of the transfer function of the linear part of the system. The results have the form of frequency—domain inequalities with varied parameters which satisfy algebraic inequalities.

*Keywords:* phase systems, Lyapunov method, Yakubovich—Kalman lemma, cycle slipping.

Bibliogr. 16 references.

*Tovstik T. M.* **On the criteria when estimating the cubature formulas residue** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2009. Issue 1. P. 44–53.

The cubature formulas for calculations of integrals of functions  $f(X)$ ,  $X = (x_1, \dots, x_n)$  which are given in the  $n$ -dimensional unique hypercube  $K^n = [0, 1]^n$  and have the integrable mixed derivatives of the type  $\partial_{x_1^{\alpha_1}, \dots, x_n^{\alpha_n}} f(X)$ ,  $0 \leq \alpha_j \leq 2$  are studied. Residues of cubature formulas  $R[f] = \int_{K^n} f(X) dX - \sum_{k=1}^N c_k f(X(k))$ ,  $c_k > 0$  are estimated depending on weights  $c_k$  and assemblies  $X(k)$ , and on properties of functions  $f(X)$ . The residue is estimated through the integrals of derivatives of functions  $f(X)$  in the  $r$ -dimensional ( $r \leq n$ ) boundaries of hypercube  $K^n$  in the form  $|R[f]| \leq \sum_{\alpha_j} G(\alpha_j) \int_{K^r} |\partial_{x_1^{\alpha_1}, \dots, x_n^{\alpha_n}} f(X)| dX_r$ , where coefficients  $G(\alpha_j)$  are the criteria, depending on the parameters  $c_k$  and  $X(k)$  only. The algorithm of these criteria calculation in the two-dimensional and in the  $n$ -dimensional cases is given. Some examples are studied. The discrepancy is the partial case of the criteria, and the algorithm presented is the generalization of algorithms which are used for the discrepancy calculations. The results of the paper may be used for the cubature formulas optimization depending on the parameters  $c_k$  and  $X(k)$ .

*Keywords:* cubature formulas, residue estimate, discrepancy.

Bibliogr. references.

UDK 669.018:539.5

*Arutyunyan R. A.* **The embrittlement problem in material science** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2009. Issue 1. P. 54–58.

In material science two lines of experimental investigations of embrittlement of metallic materials are outlined. The works of the first line deal with the estimation of «brittleness» in dynamic loadings through the definition of absorbed energy when the specimen with a crack is fractured and the experiments in which the fracture toughness, the resistance of material to fast crack propagation, is studied. The disadvantages of these methods are widely discussed in scientific literature. The second line is rather traditional, when the material embrittlement is studied in compact specimens. In this case the value of relative deformation and the value of relative changes of cross section area of a specimen at a fracture are used as the embrittlement characteristics. As follows from our considerations, the traditional definition of these parameters accepted in the strength of materials textbooks and in numerous publications is not quite correct, so they can't describe the real degree of material embrittlement. To improve the situation we introduce a new definition of embrittlement parameters based on the mechanical and physical considerations.

*Keywords:* embrittlement of metallic materials, relative deformation, relative changes of cross section area.

Bibliogr. 15 references.

UDK 533.6.011

*Babarykin K. V., Kouzmina V. E., Matveev S. K., Petrova V. N.* **Research of self-oscillations in the impacting jets** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2009. Issue 1. P. 59–67.

A mechanism of self-oscillations in the impacting jets is investigated. The numerical simulation of the self-oscillations process in the underexpanded supersonic jet flowing on the plant limited obstacle is carried out. The creation of an adequate phenomena physical model is carried out by a transition from common to quotient method. Namely, the self-oscillations in the impacting jets is considered as a partial case of a vast range of problems about self-oscillations, arising when a non-homogeneous supersonic stream flowing an obstacle with separated zone beginning. The new working out phenomena physical model taking into account a hi-enthalpy gas flowing from periphery flow into the separated zone and the interaction of processes in the periphery flow and separated zone. The self-oscillations mechanism is connected with periodic flowing of hi-force gas from periphery flow into the separated zone and following gas outflow from it. The alternation of flow into and outflow phases is conditioned by the changing of separated zone dimensions. The

increase of separated zone dimensions leads to a cessation gas flow into and beginning of gas outflow from the separated zone. The decrease of separated zone dimensions in the outflow phases following to what the periphery flow again falls on the obstacle blocking the gas outflow from the separated zone. Further process is repeated. Interaction of processes in the separated zone and in the periphery flow is showed mainly by a presence of rear waves associating to shock waves in the adjacent flow regions.

*Keywords:* stream, flow, self-oscillations, obstacle, rear waves to shock waves.

*Bibliogr.* 13 references. Fig. 5.

UDK 533.601.1

*Bogatko V. I., Kolton G. A., Potekhina E. A. About the peculiarity of Lagrange variables application in the problem of the hypersonic flow past the body // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2009. Issue 1. P. 68–75.*

The characteristic peculiarities of application of Lagrange variables in the problem of the hypersonic flow past the body is considered. It is marked that it's appropriately in the intensive shock waves problems to select the particle parameters values not at the surface  $t = t_0$  ( $t_0 = \text{const}$ ), but at the surface  $t = \sigma$ , where  $\sigma$  is that time moment, when the particle intersects the discontinuity surface. By the example of the solution of the two-dimensional flow problems of the moving with a high variable velocity plane and axisymmetric bodies it is shown how the transition to Lagrange variables allows to get the system of equations which describes the gas flow past the strong shock wave and suits for the thin shock layer method. The solution is under construction in the form of the series by the powers small parameter describing the relation of the gas densities on the head shock wave front. It is marked that all nonlinear effects of problem are in the equation for the definition of the gas particle motion law in the zeroth-order approximation. It is show the cases for which this equation may be integrated. The solution is wrote in the quadratures for the other unknown quantities. The rearrangement process of the gas flow in the shock layer is investigated. The zone, in which the flow reconstruction occurs, is marked out. This zone existence time definition condition (the time of new flow regime establishment) was received. In the special case of the transfer from the wedge uniform motion to the uniformly accelerated motion the establishment time of the uniformly accelerated motion is defined from the quadratic equation.

*Keywords:* gas dynamics, flow past the body, hypersonic flow, Lagrange variables, thin shock layer.

*Bibliogr.* 7 references.

UDK 539.374

*Lashkov V. A., Matveev S. K. Changing of roughness of a surface under impingement of solid particles // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2009. Issue 1. P. 76–82.*

The surface of a body under impingement of solid particles of two-phase flow is subject to deformation and destruction and, thus, changes its roughness. The depth of a crater, which originates from the impact of a solid particle, is determined on the base of semi-empirical theory of penetration of a spherical pellet into the surface of a target. The inertial penetration of an absolutely rigid sphere into a metallic half-space of the target is considered. The expression for maximum depth of the penetration of a spherical striker into a half-space in a wide range of dimensionless parameters changing is obtained. The obtained data of calculation of penetration depth and experimental data are compared.

The evolution of a surface roughness during the action of solid particles of two-phase flow is reviewed. The value of probability of a particle fall into a crater on the surface left by previous particles is obtained. The estimation is conducted on how fast the surface of the model is covered by the craters under impingement of solid particles. It is revealed, that some seconds of presence of the experimental model in two-phase flow are enough for the solid particles to begin to drop on the surface that has been deformed by the previous particles. Therefore, when defining experimentally

the coefficients of restitutions under interaction of solid particles of two-phase flow with the model it is necessary to allow for a surface roughness changing, which originates from impacts of particles.

*Keywords:* roughness of a surface, penetration depth, probability of a particle fall into a crater.

*Bibliogr.* 14 references. Fig. 4.

UDK 531.383

*Lestev M. A., Tikhonov A. A. Nonlinear effects in dynamics of micromechanical gyros // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2009. Issue 1. P. 83–88.*

Microelectromechanical vibrating gyros of LL and RR types are considered. Nonlinear dependence between the forces of elasticity in supports and the displacements of sensitive elements is taken into consideration as well as nonlinear dependence between the electrostatic forces and the displacements of sensitive elements. The nonlinear differential equations of a gyro, functioning in the measuring mode, are evaluated. These equations contain both analytical and non-analytical nonlinearities. The influence of revealed nonlinearities on the dynamics and precision of vibrating gyros is investigated. The stable steady-state vibrations of a gyro are obtained with the use of the averaging technique. The corresponding resonant curves are constructed. The obtained results can be used in developing the devices of the types considered.

*Keywords:* micromechanical gyros, microelectromechanical gyros, dynamics, sensitive elements.

*Bibliogr.* 8 references. Fig. 2.

UDK 539.3, 517.928

*Malysheva O. M., Filippov S. B. Influence of eccentricity on buckling of thin ring-stiffened cylindrical shells under action of external pressure // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2009. Issue 1. P. 89–98.*

Last years numerical methods of calculation of thin-walled structures developed very intensively. However their use in problems of dynamics and stability of the stiffened shells is connected with certain difficulties. Therefore asymptotic methods till now keep leading positions in the theory of the stiffened shells.

Problem of definition of optimal parameters of ring-stiffened cylindrical shells, providing the maximal value of critical pressure of the structure with the fixed weight, have been solved by asymptotic methods for case when the centre of gravity of the ring cross-section section is on a middle surface of the shell. However usually the distance between the centre of gravity of the cross-section and the middle surface, named the eccentricity, is distinct from zero because the rings are located inside or outside of the shell.

In this paper by means of asymptotic methods the approximate formulas for the critical external pressure for ring-stiffened cylindrical shells in case of the distinct from zero eccentricity are obtained. It is shown, that formulas of Bryant and Kendrick recommended in the USA for engineering calculations, give overestimated values of the critical pressure. The algorithm for estimation of an optimal arrangement of rings and sizes of their rectangular cross-sections is developed. Values of optimum parameters for some thin-walled structures are found.

*Keywords:* buckling, stiffened shell, optimal parameters, asymptotic method.

*Bibliogr.* 7 references. Fig. 4.

UDK 531.1:629.76

*Novoselov V. S. Optimal trajectories of the tangential contact // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2009. Issue 1. P. 99–103.*

The variation method of the optimization of coplanar trajectories of the tangential transfer with the prescribed relative velocity and taking into account the duration of the active sections is proposed. An analytical construction of three successive approximations in the problem of transfers between coplanar orbits with small eccentricities is given. The expressions are presented only up to

the third order. The analytic expressions for the minimum characteristic velocity requirements and the optimal direction of the thrust are discussed.

*Keywords:* the optimization of coplanar trajectories, the problem of transfers between coplanar orbits, optimal direction of the thrust.

Bibliogr. 9 references.

UDK 532.5.032

*Pavlovsky V. A., Nikushchenko D. V. The rheological model for computation of flows in a wide range Reynolds numbers // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2009. Issue 1. P. 104–112.*

In the article a new approach to create a phenomenological model of fluid motion is given, which is alternative to the mixing length hypothesis by L. Prandtl. This approach allows us to describe fluid motion independently of the flow regime in the area of fluid. On a base of the approach we created a new differential model of fluid motion, which can be used for the both flow regimes — «Uniform laminar-turbulent model» (ULTM). So the field of scalar parameter of turbulence is introduced, which is the ratio of turbulent shear stress to full stress value in a case of simple shear flow. This makes it possible to write a new turbulent viscosity equation. The influence of scalar parameter of turbulence on a flow is taken into account with the help of the additional transport equation. The model is suitable for compressible and incompressible fluid, and allows us to obtain analytical solutions in quadratures for simple shear flows. Different forms of the system of equations of motion with boundary conditions are given.

*Keywords:* Reynolds equation, fluid motion, turbulent model, turbulence, turbulent viscosity.

Bibliogr. 16 references.

UDK 539.3

*Pronina Yu. G. Equal mechanochemical corrosion of an ideal elasto-plastic hollow sphere under constant pressure // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2009. Issue 1. P. 113–122.*

This paper is concerned with the equal-rate surface mechanochemical corrosion of a thick-wall sphere subjected to constant internal and external pressure of aggressive environment. Sphere material is assumed to be ideal elasto-plastic with taken into account changes of mechanical characteristics. Corrosion rates are considered to be inversely as the exponent of time (when closed oxide layer appears and leads to corrosion rate reduction). Furthermore, according to the most of experimental investigations corrosion rates linearly depend on stress intensity. In the article the differential equation for the stress intensity increasing in elastic deformation stage has been derived. The solution of this equation has been found. Formulas for the sphere wall thickness at any time have been expressed. An analytical solution of the problem when corrosion rate does not depend on stress has been achieved. Yield conditions of an ideal elasto-plastic sphere under pressure have been formulated. An algorithm to determine theoretical lifetime of the vessel subjected to pressure of aggressive surrounding has been developed. Estimating functions for durability prediction have been proposed. Several examples have been examined in the paper. Some remarks on the article [5] have been given.

*Keywords:* aggressive environment, mechanochemical corrosion, elasto-plastic deformation, hollow sphere, lifetime, durability prediction.

Bibliogr. 7 references.

UDK 533.6.011

*Ryabinin A. N., Irissou E., Legoux J.-G., Moreau C. Heat exchange of a supersonic jet with an obstacle in the cold spray // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2009. Issue 1. P. 123–128.*

Time-resolved thermographic measurements are performed by a high speed infrared camera on a substrate surface during the cold gas dynamic spraying without powder particles. Experiments



were carried on the commercial cold spray system spanning a wide range of gas temperatures and nozzle transverse speeds. The substrate surface temperatures were measured directly beneath the cold spray nozzle as well as at predetermined distances from the nozzle, giving a general evaluation of the heat input to the substrate in actual deposition conditions. The mathematical model of the heat exchange is proposed. Some model parameters are determined from the experiments. Computer program is created for heat exchange calculation. The results of calculations are in accordance with the experiments in various gas stagnation temperatures and various nozzle transverse speeds.

*Keywords:* time-resolved thermographic measurements, mathematical model of the heat exchange.

Bibliogr. 3 references. Fig. 4.

UDK 532.70; 542.12; 532.5:532.135

*Tsibarov V. A. The stochastic method in the vascular hemodynamics // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2009. Issue 1. P. 129–138.*

The modified stochastic model of blood is propounded. The mass and volume distributions of the blood particles are taken into account. The coalescence — disintegration processes of the particles and magnetic field influence are taken into account too. A new general complete and closed system of hemodynamic equations is propounded. It is based on the stochastic equation. The variants of solving the RSE-problem and capillary vascular problem are suggested. The boundary problem in hemodynamics is formulated. The parameters of particle — particle interaction potential are calculated. The volume distribution, the poly-particles collisions and attractive potential influence on the viscosity coefficients and self-diffusion coefficient are obtained. The quality properties of the blood and its structural elements are adduced. The polytropic equation and formula for sound velocity of polytropic media are obtained. It is shown that the number density of aggregating blood is described by a logistic curve. The algorithm of deriving the Burnett corrections on the stress tensor and self-diffusion vector from its expressions for dense gas or gas-solids suspensions is presented.

*Keywords:* stochastic (kinetic) method, distribution function, fluid-particles systems, fluid-solids suspension, hemodynamics, transport equations, blood vessel, vascular, polytropic, polytropic curve, non-newtonian medium, coalescence, aggregation, coagulation, structural elements of the blood, transport coefficients, rheology.

Bibliogr. 20 references.

UDK 521.1:531.011

*Kuznetsov E. D., Kholshchikov K. V. The orbital evolution of the two-planet system the Sun — Jupiter — Saturn // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2009. Issue 1. P. 139–150.*

The orbital evolution of the two-planet system the Sun — Jupiter — Saturn is examined. The Hamiltonian function is represented in terms of osculating elements referred to Jacobian coordinates, and then developed in the Poisson series in all osculating elements. Averaging of the Hamiltonian with respect to the mean longitudes of Jupiter and Saturn by the Hori—Deprit method is fulfilled using echeloned Poisson series preserving terms of the third order with respect to the small parameter (Jupiter to the Sun mass ratio). The generating function of the averaging transform and the relations between osculating and mean elements, which are induced by it, are found up to the second degree of the small parameter. Numerical integration of averaged equations is carried out on the time span of  $10^{10}$  years. The planetary motion is almost periodic. The difference between the first and the second approximations has an order of the square root of the small parameter which points out the presence of a weak resonance. It is shown that taking into account the third order terms weakly influences a qualitative picture of motion, but it is necessary for the due determination of the main periods.

*Keywords:* Planetary system, orbital evolution, averaging, Hori—Deprit method.

Bibliogr. 17 references. Fig. 3. Table 3.

# CONTENTS

## Mathematics

<i>Zuber I. E., Gelig A. Kh.</i> Stability of uncertain discrete-time systems .....	3
<i>Krym V. R., Petrov N. N.</i> The principal bundles and the problem of topological quantization of charges .....	10
<i>Lebedinskaya N. A., Lebedinski D. M.</i> Multiresolution analysis for Zlamal approximation .....	18
<i>Memnonov V. P.</i> Testing of random number generators via simulation of a problem with exact solution .....	23
<i>Smirnova V. B., Utina N. V., Shepelyavyi A. I., Perkin A. A.</i> Frequency—domain estimates for the number of slipped cycles in a phase system with vector nonlinearity .....	33
<i>Tovstik T. M.</i> On the criteria when estimating the cubature formulas residue .....	44

## Mechanics

<i>Arutyunyan R. A.</i> The embrittlement problem in material science .....	54
<i>Babarykin K. V., Kouzmina V. E., Matveev S. K., Petrova V. N.</i> Research of self-oscillations in the impacting jets .....	59
<i>Bogatko V. I., Kolton G. A., Potekhina E. A.</i> About the peculiarity of Lagrange variables application in the problem of the hypersonic flow past the body .....	68
<i>Lashkov V. A., Matveev S. K.</i> Changing of roughness of a surface under impingement of solid particles .....	76
<i>Lestev M. A., Tikhonov A. A.</i> Nonlinear effects in dynamics of micromechanical gyros .....	83
<i>Malysheva O. M., Filippov S. B.</i> Influence of eccentricity on buckling of thin ring-stiffened cylindrical shells under action of external pressure .....	89
<i>Novoselov V. S.</i> Optimal trajectories of the tangential contact .....	99
<i>Pavlovsky V. A., Nikushchenko D. V.</i> The rheological model for computation of flows in a wide range Reynolds numbers .....	104
<i>Pronina Yu. G.</i> Equal mechanochemical corrosion of an ideal elasto-plastic hollow sphere under constant pressure .....	113
<i>Ryabinin A. N., Irissou E., Legoux J.-G., Moreau C.</i> Heat exchange of a supersonic jet with an obstacle in the cold spray .....	123
<i>Tsibarov V. A.</i> The stochastic method in the vascular hemodynamics .....	129

## Astronomy

<i>Kuznetsov E. D., Kholshchevnikov K. V.</i> The orbital evolution of the two-planet system the Sun—Jupiter — Saturn .....	139
---	-----

<b>Papers</b> .....	151
---------------------	-----

<b>Abstracts</b> .....	159
------------------------	-----

# Правила оформления и условия приема статей в «Вестник СПбГУ. Сер. 1»

Адрес редакции серии 1: 198504 Санкт-Петербург, Старый Петергоф, Университетский пр., д. 28,  
комн. 2205, т. (812) 428-41-65, [vestnik\\_mm@math.spbu.ru](mailto:vestnik_mm@math.spbu.ru), [vestnik.ser-1@press.spbu.ru](mailto:vestnik.ser-1@press.spbu.ru)

## I. Правила публикации статей

1.1. Журнал издает работы, представленные одной из кафедр СПбГУ. В журнале публикуются оригинальные, ранее не опубликованные исследования в области математики, механики или астрономии, а также статьи математического характера в области управления, вычислительной техники и информатики. Авторы передают материалы, оформленные в соответствии с правилами журнала, лично ответственному секретарю серии или присылают электронной или простой почтой.

1.2. Все рукописи, поступающие в журнал, направляются на рецензирование. Процесс рецензирования регламентируется порядком рецензирования рукописей научных статей, поступивших в редколлегию журнала «Вестник СПбГУ. Сер. 1». Решение о публикации (или отклонении) статьи принимается редакционной коллегией серии после ее рецензирования и обсуждения. Решение редколлегии фиксируется в протоколе заседания.

1.3. Плата с аспирантов за публикацию не взимается.

## II. Комплектность и форма представления авторских материалов

2.1. Обязательными элементами публикации являются: индекс УДК; фамилия, имя и отчество автора (соавторов); название статьи; введение (история вопроса с соответствующими ссылками и краткая формулировка новых результатов); основная часть; библиографические ссылки; аннотация на русском и английском языках (с переводом фамилии автора (соавторов) и названия статьи); ключевые слова на русском и английском языках; сведения об авторе.

2.2. Требования к оформлению рукописи. Статья представляется в редакцию в формате LATEX2e в кодировке Windows CP1251, `\documentclass(amsart)` или `article` и напечатанная в двух экземплярах на бумаге формата А4. Шрифт и межстрочный интервал — те же, что по умолчанию (10pt, одинарный). Длина строки — 14 см, высота — 20 см, цвет шрифта — черный, нумерация формул — справа в скобках, единицы измерения даются в системе СИ. Разрешается использовать курсив, полужирный курсив, полужирный прямой. Автор должен избегать принудительного форматирования текста с использованием команд `\break`, `\newline` и т.п. Следует помнить, что команды `\cal` и `\over` являются устаревшими, вместо них следует использовать `\mathcal` и `\frac`.

2.4. Таблицы должны быть подготовлены с использованием стандартных окружений `table` или `longtable`. Рисунки должны быть изготовлены в формате `eps` и вставлены в статью стандартными средствами LATEX2e. Кроме того, рисунки должны быть представлены в редакцию в виде отдельных файлов. Таблицы и рисунки нумеруются арабскими цифрами сквозной нумерацией. Если рисунок (таблица) один, он не нумеруется. Возможно включение названий таблиц и подписей под рисунками. Ссылка в тексте на таблицу (рисунок), предшествующая ей, обязательна.

2.5. Список литературы приводится в конце статьи и оформляется в соответствии с ГОСТ Р 7.0.5-2008. Нумерация ссылок в тексте дается арабскими цифрами в квадратных скобках и приводится по порядку их появления в тексте, в том числе во введении. При ссылке на переводное издание необходимо привести в скобках его оригинальное название и имя автора.

2.6. Полный максимальный объем статьи, включая введение, таблицы, рисунки и список литературы, не должен превышать 10 страниц, краткого научного сообщения — 4 страницы.

2.7. Форма представления авторских материалов

2.7.1. Текст статьи, распечатанный на принтере в двух экземплярах. При пересылке электронной почтой необходимо помимо `tex`-файлов прислать `ps`- или `pdf`-файлы статьи.

2.7.2. Текст статьи в электронном виде на дискете в формате LATEX2e. Название файла — фамилия автора + «Ст». Например: «Иванов Ст.tex».

2.7.3. Текст аннотаций и ключевые слова на русском и английском языках (перевод названия на англ. язык обязателен), распечатанные на принтере в одном экземпляре.

2.7.4. Текст аннотаций и ключевые слова на русском и английском языках (перевод названия на англ. язык обязателен) в электронном виде в отдельном файле. Название файла — фамилия автора + «Ан». Например: «Иванов Ан.tex».

2.7.5. Файлы рисунков в электронном виде. В одном файле — один рисунок в формате eps. Название файла — фамилия автора + «Рис N», в порядке следования в статье. Например: «Иванов Рис1.eps», «Иванов Рис2.eps» и т. д.

2.7.6. Сведения об авторе, распечатанные на принтере в одном экземпляре.

2.7.6.1. Фамилия, имя и отчество автора (соавторов) полностью.

2.7.6.2. Научное звание, ученая степень, основное место работы, должность.

2.7.6.3. Контактные реквизиты (обязательно):

— телефон с указанием кода города,

— адрес электронной почты.

2.7.8. Сведения об авторе в электронном виде в отдельном файле. Название файла — фамилия автора + «Свед». Например: «Иванов Свед.rtf».

2.7.9. Аспирантам (докторантам) необходимо представить отзыв научного руководителя (консультанта), заверенный печатью.

## Порядок рецензирования рукописей научных статей

1. Все научные статьи, поступившие в редакцию серии 1, подлежат обязательному рецензированию.

2. Главный редактор и ответственный секретарь серии определяют соответствие статьи профилю журнала, требованиям к оформлению и направляют ее на рецензирование специалисту, доктору или кандидату наук, имеющему наиболее близкую к теме статьи научную специализацию.

3. Рецензенты уведомляются о том, что присланные им рукописи являются частной собственностью авторов и содержат сведения, не подлежащие разглашению. Рецензентам не разрешается делать копии статей. Рецензирование проводится конфиденциально.

4. Сроки рецензирования определяются ответственным секретарем серии.

5. В рецензии должно быть указано: а) соответствует ли содержание статьи ее названию, б) в какой мере статья соответствует современным достижениям в рассматриваемой области науки; даны: в) оценка формы подачи материала, г) целесообразность публикации статьи, д) детальное описание достоинств и недостатков статьи.

6. Рецензирование проводится анонимно. Автору статьи предоставляется возможность ознакомиться с текстом рецензии. Нарушение анонимности возможно лишь в случае заявления рецензента о плагиате или фальсификации материалов, изложенных в статье.

7. Если рецензия содержит рекомендации по исправлению и доработке статьи, ответственный секретарь серии направляет автору текст рецензии с предложением учесть рекомендации при подготовке нового варианта статьи или аргументировано их опровергнуть. Переработанная автором статья повторно направляется на рецензирование.

8. В случае, когда рецензент не рекомендовал статью к публикации, редколлегия может направить статью на переработку с учетом сделанных замечаний, а также направить её другому рецензенту. Текст отрицательной рецензии направляется автору.

9. Окончательное решение о публикации статьи принимается редколлегией серии и фиксируется в протоколе заседания редколлегии.

10. После принятия редколлегией серии решения о допуске статьи к публикации ответственный секретарь серии информирует об этом автора и указывает сроки публикации. Текст рецензии направляется автору.

11. Оригиналы рецензий хранятся в редколлегии серии в течение пяти лет.