

# ВЕСТНИК

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

Серия 1  
Выпуск 1

2010  
Март

МАТЕМАТИКА  
МЕХАНИКА  
АСТРОНОМИЯ

НАУЧНО-ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ. ИЗДАЕТСЯ С АВГУСТА 1946 ГОДА

## СОДЕРЖАНИЕ

### К 70-ЛЕТИЮ АНАТОЛИЯ ВЛАДИМИРОВИЧА ЯКОВЛЕВА

Анатолий Владимирович Яковлев (к семидесятилетию) .....	3
<i>Яковлев А. В.</i> О прямых разложениях смешанных абелевых групп .....	6
<i>Вавилов Н. А., Степанов А. В.</i> Еще раз о стандартной коммутационной формуле	16
<i>Востоков С. В., Ференс-Сороцкий Е. В.</i> Спаривание Гильберта для многочлен-	
ных формальных групп .....	23
<i>Генералов А. И.</i> Когомологии Хохшильда алгебр диэдрального типа, III: локаль-	
ные алгебры в характеристике 2 .....	28
<i>Жуков И. Б.</i> Полуглобальные модели расширений двумерных локальных полей	39
<i>Меркурьев А. С.</i> Периоды главных однородных пространств алгебраических то-	
ров .....	45
<i>Панин И. А.</i> Гипотеза чистоты для редуцированных групп .....	51

### МАТЕМАТИКА

<i>Зубер И. Е., Гелиг А. Х.</i> Глобальная стабилизация нелинейных систем с помощью	
квадратичных функций Ляпунова .....	57
<i>Иванов А. А.</i> Когомологии Хохшильда алгебр кватернионного типа: серия	
$Q(2\mathbb{B})_1(k, s, a, c)$ над полем характеристики не 2 .....	63



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ОСНОВАН В 1724 ГОДУ  
1824 – ГОД ВЫХОДА В СВЕТ ПЕРВОГО ИЗДАНИЯ УНИВЕРСИТЕТА

© Авторы статей  
© Издательство  
Санкт-Петербургского  
университета, 2010

## МЕХАНИКА

<i>Викторов И. В.</i> Деформация цилиндрической оболочки, армированной нелинейно упругими нитями.....	73
<i>Истомин В. А., Кустова Е. В.</i> Коэффициенты переноса атомарного азота и кислорода с учетом электронного возбуждения.....	77
<i>Латышев А. В., Терешина Т. В., Юшканов А. А.</i> Исследование поперечной диэлектрической проницаемости плазмы с помощью двухпараметрического уравнения.....	87
<i>Мальков В. М., Малькова Ю. В.</i> Трещина в форме дуги окружности, расположенная вблизи поверхности раздела материалов.....	93
<i>Морозов В. А.</i> Движение трещины при кратковременных импульсных нагрузениях.....	105
<i>Нездоров А. А., Юшков М. П.</i> Взаимосвязь и единство дифференциальных вариационных принципов механики.....	112
<i>Товстик П. Е.</i> Объемная и поверхностная устойчивость трансверсально изотропного материала при сжатии.....	127
<i>Юшин Р. Ю.</i> О возможности учета пластической анизотропии при изгибе круглых пластин.....	134

## АСТРОНОМИЯ

<i>Верёвкин К. В., Волков Е. В.</i> Моделирование эволюции спиральных галактик...	141
---	-----

## ХРОНИКА

Заседание Секции Дома ученых РАН по теоретической механике им. проф. Н. Н. Поляхова. 28 октября 2009 г.....	126
Рефераты.....	148
Abstracts.....	154
Contents.....	160

## РЕФЕРАТЫ

УДК 512.541

Яковлев А.В. **О прямых разложениях смешанных абелевых групп** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 1. С. 6–15.

Мы рассматриваем достаточно большую подкатегорию категории смешанных абелевых групп, ранг без кручения которых конечен, и ее факторкатегорию, полученную аннулированием гомоморфизмов, пропускающих через кручение. Мы показываем, что вторая категория хорошо приближает первую, но проще ее: во второй категории все группы морфизмов — группы без кручения конечного ранга. Это позволяет использовать при изучении прямых разложений смешанных групп те же методы, что и для групп без кручения конечного ранга.

*Ключевые слова:* смешанные абелевы группы, прямые разложения.

Библиогр. 3 назв.

УДК 513.6

Вавилов Н.А., Степанов А.В. **Еще раз о стандартной коммутационной формуле** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 1. С. 16–22.

Пусть  $R$  — ассоциативное кольцо с 1,  $A, B \trianglelefteq R$  — идеалы в нем,  $C(n, R, A)$  — полная конгруэнц-подгруппа уровня  $A$  в  $GL(n, R)$ , а  $E(n, R, A)$  — относительная элементарная группа уровня  $A$ . Мы приводим совсем простое доказательство относительной стандартной коммутационной формулы

$$[E(n, R, A), C(n, R, B)] = [E(n, R, A), E(n, R, B)],$$

для всех коммутативных колец, опирающееся только на абсолютную стандартную коммутационную формулу, а также ее некоммутативные аналоги. Тем самым, мы обобщаем и усиливаем результаты большого цикла работ Мейсона и Стотерса, нашей предыдущей работы, а также недавней работы Хазрата и Чжанга. Кроме того, для комаксимальных идеалов  $A + B = R$  мы показываем, что этот коммутант равен  $E(n, R, AB + BA)$ .

*Ключевые слова:* стандартная коммутационная формула.

Библиогр. 34 назв.

УДК 511.2

Востоков С.В., Ференс-Сороцкий Е.В. **Спаривание Гильберта для многочленных формальных групп** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 1. С. 23–27.

Работа посвящена широкому классу формальных групп, которые задаются многочленами, и их связью со спариванием Гильберта, для которого в работе найдены явные формулы. В работе вводятся основные определения и формулируются основные результаты, для которых дается краткий план доказательства. Подробные доказательства будут даны в следующей работе.

*Ключевые слова:* формальные группы, спаривание Гильберта.

Библиогр. 7 назв.

УДК 512.5

Генералов А.И. **Когомологии Хохшильда алгебр диэдрального типа, III: локальные алгебры в характеристике 2** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 1. С. 28–38.

Описывается (в терминах образующих и определяющих соотношений) алгебра когомологий Хохшильда для серии локальных алгебр диэдрального типа над основным полем, имею-

щим характеристику 2. Для соответствующих вычислений используется свободная бимодульная резольвента, построенная в другой статье автора.

*Ключевые слова:* алгебры диэдрального типа, когомологии Хохшильда.

Библиогр. 8 назв.

УДК 512.71

Жуков И. Б. **Полуглобальные модели расширений двумерных локальных полей** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 1. С. 39–44.

В статье рассматривается особый класс конечных гомоморфизмов полных регулярных двумерных локальных колец (так называемые «модельные гомоморфизмы»). Показано, что изучение ветвления индуцированных такими гомоморфизмами морфизмов формальных кривых помогает понять, как устроено ветвление в расширениях двумерных локальных полей. Установлены некоторые основные свойства модельных гомоморфизмов.

*Ключевые слова:* ветвление, двумерные локальные поля, полные локальные кольца, дикое ветвление, простая характеристика.

Библиогр. 10 назв.

УДК 512.66

Меркурьев А. С. **Периоды главных однородных пространств алгебраических торов** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 1. С. 45–50.

Общим торсёром алгебраического тора  $S$  над полем  $F$  является общий слой  $S$ -торсёра  $P \rightarrow T$ , где  $P$  — квазиразложимый тор, содержащий  $S$  в качестве подгруппы, и  $T = P/S$ . Период общего  $S$ -торсёра над расширением полей  $K/F$ , т. е. порядок класса торсёра в группе  $H^1(K, S)$ , не зависит от выбора общего торсёра. В этой статье вычисляется период общего торсёра тора  $S$  в терминах решетки характеров тора  $S$ .

*Ключевые слова:* алгебраические торы, торсёры, характеры тора.

Библиогр. 3 назв.

УДК 512.6

Панин И. А. **Гипотеза чистоты для редутивных групп** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 1. С. 51–56.

Следующий вопрос был поставлен Colliot-Thélène J.-L., Sansuc J.-J. Пусть  $R$  — локальное регулярное кольцо и пусть  $G$  — редутивная групповая схема над  $R$ . Удовлетворяет ли функтор  $S \mapsto H_{\text{ét}}^1(S, G)$  свойству чистоты для  $R$ ? В настоящей статье этот вопрос изучается в ряде интересных частных случаев. А именно, пусть  $k$  — поле характеристики ноль и пусть  $G$  — одна из следующих алгебраических групп над  $k$ :  $\text{PGL}_n$ ,  $\text{SL}_{1,A}$ ,  $\text{O}(q)$ ,  $\text{SO}(q)$ ,  $\text{Spin}(q)$ ,  $\text{SL}_n/\mu_d$ , где  $d$  делит  $n$  ( $A$  — простая центральная  $k$ -алгебра). Доказывается, что функтор  $R \mapsto H_{\text{ét}}^1(R, G)$  обладает свойством чистоты для группы  $G$  и регулярного локального кольца, содержащего поле  $k$ .

Основываясь на этом результате, естественно предположить, что упомянутый функтор действительно должен обладать свойством чистоты для произвольной связной редутивной группы  $G$  над полем  $k$  характеристики ноль и произвольного регулярного локального кольца, содержащего поле  $k$ .

*Ключевые слова:* групповая схема, чистота функтора.

Библиогр. 15 назв.

УДК 517.938

Зубер И. Е., Гелиг А. Х. **Глобальная стабилизация нелинейных систем с помощью квадратичных функций Ляпунова** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 1. С. 57–62.

Рассматривается система

$$\dot{x} = A(t, x)x + B(t, x)u,$$

где  $A(t, x)$  и  $B(t, x)$  непрерывные матрицы размерностей  $n \times n$  и  $n \times m$  соответственно ( $m < n$ ), элементы которых равномерно ограничены при  $t \geq t_0$ ,  $x \in \mathbb{R}^n$ . Предполагается, что относительная степень системы  $q = n - m + 1$  и определитель матрицы, составленной из последних  $m$  строк матрицы  $B(t, x)$ , отделен от нуля при  $t \geq t_0$ ,  $x \in \mathbb{R}^n$ . С помощью построения специальной квадратичной функции Ляпунова с постоянной положительно определенной матрицей коэффициентов  $H$ , зависящих лишь от границ изменения коэффициентов матриц  $A(t, x)$  и  $B(t, x)$ , найдено управление

$$u(t, x) = \lambda \tilde{B}^*(t, x)H$$

со скалярным параметром  $\lambda$ , при котором замкнутая система является глобально асимптотически устойчивой. Здесь  $\tilde{B}(t, x)$  — матрица, получающаяся из  $B(t, x)$  обнулением первых  $n - m$  строк.

*Ключевые слова:* нелинейные системы, стабилизация, функции Ляпунова.

Библиогр. 9 назв.

УДК 512.5

Иванов А. А. **Когомологии Хохшильда алгебр кватенионного типа: серия  $Q(2B)_1(k, s, a, c)$  над полем характеристики не 2** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 1. С. 63–72.

В предыдущей статье автора (совместно с А. И. Генераловым и С. О. Ивановым) вычислена алгебра когомологий Хохшильда алгебр кватернионного типа серии  $Q(2B)_1$  над произвольным алгебраически замкнутым полем характеристики 2. В настоящей работе вычислены группы когомологий Хохшильда алгебр этого семейства над произвольным алгебраически замкнутым полем характеристики не 2. Из полученного результата следует описание аддитивной структуры когомологий Хохшильда алгебр серии  $Q(2A)$  в характеристике не 2.

*Ключевые слова:* когомологии Хохшильда, алгебры кватернионного типа.

Библиогр. 7 назв.

УДК 539.3

Викторов И. В. **Деформация цилиндрической оболочки, армированной нелинейно упругими нитями** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 1. С. 73–76.

Рассматривается осесимметричная деформация цилиндрической оболочки при равномерном внешнем давлении. Предполагается, что оболочка состоит из упругой изотропной матрицы, подкрепленной двумя системами волокон, наклонённых под равными углами к образующей и равномерно распределённых по толщине. Поведение волокон считается существенно нелинейным, а именно, предполагается, что их жёсткость становится пренебрежимо малой при достаточно больших усилиях сжатия. В силу гипотез Кирхгофа—Лява возможны три случая поведения волокон: волокна растянуты, волокна не сопротивляются сжатию в части объема оболочки, волокна не сопротивляются сжатию на всей толщине оболочки. В результате получаются нелинейные соотношения, связывающие деформации срединной поверхности с усилиями и моментами. Рассмотрено поведение волокон в зависимости от угла армирования и найдены области на поверхности оболочки, в которых нити оказывают подкрепляющее действие.

*Ключевые слова:* оболочка армированная волокнами, осесимметричная деформация цилиндрической оболочки.

Библиогр. 3 назв. Ил. 1.

УДК 533.6.011

Истомин В. А., Кустова Е. В. **Коэффициенты переноса атомарного азота и кислорода с учетом электронного возбуждения** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 1. С. 77–85.

В работе изучаются процессы переноса в атомарном азоте и кислороде с учетом электронного возбуждения. Построена математическая модель слабонеравновесного однетемпературного течения вязкого газа с учетом электронных степеней свободы атомов. Предложен алгоритм для расчета коэффициентов теплопроводности, сдвиговой и объемной вязкости, а также коэффициента самодиффузии. Проведен расчет коэффициентов переноса в диапазоне температур 5000–25000 К, оценен вклад поступательных и электронных степеней свободы в коэффициент теплопроводности, проанализирован эффект объемной вязкости и поведение числа Прандтля. Показано, что влияние дефекта резонанса электронной энергии на коэффициент теплопроводности является незначительным. Результаты работы могут применяться для расчета сопротивления и теплового потока у поверхности летательного аппарата, входящего в атмосферу планеты.

*Ключевые слова:* кинетическая теория процессов переноса, коэффициенты переноса, атомарный газ, электронное возбуждение.

Библиогр. 9 назв. Ил. 6.

УДК 519.6:537.84

Латышев А. В., Терешина Т. В., Юшканов А. А. **Исследование поперечной диэлектрической проницаемости плазмы с помощью двухпараметрического уравнения** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 1. С. 87–92.

Рассматривается случай, когда электрон-электронные столкновения начинают сказываться на свойствах газовой плазмы. Применяется двухпараметрическое кинетическое уравнение, учитывающее эти столкновения. Получены аналитические выражения продольной и поперечной диэлектрических проницаемостей плазмы. Когда частота электрон-электронных столкновений стремится к нулю, полученные результаты переходят в классические. Проведен анализ различных предельных случаев.

*Ключевые слова:* поперечная проницаемость, интеграл столкновений, кинетическое уравнение.

Библиогр. 17 назв. Ил. 3.

УДК 539.3, 517.5

Мальков В. М., Малькова Ю. В. **Трещина в форме дуги окружности, расположенная вблизи поверхности раздела материалов** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 1. С. 93–104.

Получено аналитическое решение плоской задачи (плоская деформация или плоское напряженное состояние) для двухкомпонентной плоскости с криволинейной трещиной в виде дуги окружности, расположенной вблизи поверхности раздела материалов. Трещина находится целиком в нижней полуплоскости и не соприкасается с границей раздела (такие трещины называют внутренними). На берегах трещины приложена внешняя поверхностная нагрузка. На бесконечности заданы напряжения и углы поворота. Для решения задачи использован метод комплексных потенциалов Колосова–Мухелишвили в сочетании с методом суперпозиции. Решение исходной задачи построено в виде суммы решений двух частных задач: задачи для двухкомпонентной плоскости со скачками напряжений и перемещений на линии раздела и задачи для однородной плоскости с трещиной. Задача сведена к интегральному уравнению Фредгольма второго рода, решение которого построено в виде полинома. Коэффициенты полинома предложено искать методом коллокации. Выведены формулы для коэффициентов интенсивности напряжений.

Подобная задача для криволинейной трещины решена впервые, раньше рассматривались либо прямолинейные трещины, либо слабо искривленные трещины, мало отличающиеся от прямолинейной.

*Ключевые слова:* плоская задача, криволинейная трещина, комплексные функции, метод суперпозиции, интегральное уравнение Фредгольма.

Библиогр. 34 назв. Ил. 1.

УДК 539.3

Морозов В. А. **Движение трещины при кратковременных импульсных нагружениях** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 1. С. 105–111.

На основе построения уравнения Лагранжа в рамках «балочного» подхода выводится уравнение движения трещины при импульсном нагружении. Рассматриваются асимптотическое и частное решения полученного уравнения, позволяющие оценить стационарную скорость движения трещины и характерные временные параметры, такие как длительность импульса, при которой трещина начинает двигаться, и время выхода трещины на постоянную скорость. Формулируется критерий движения трещины при импульсных нагружениях. Сделана оценка значений эффективной поверхностной плотности энергии на разрыв в условиях статического и динамического нагружений и проведено их сравнение.

*Ключевые слова:* динамическое разрушение, импульсное нагружение, распространение трещины.

Библиогр. 18 назв. Ил. 2.

УДК 531.011

Нездеров А. А., Юшков М. П. **Взаимосвязь и единство дифференциальных вариационных принципов механики** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 1. С. 112–126.

Переход от голономной механики к неголономной вызвал ряд серьезных трудностей и сопровождался знаменитыми ошибками Е. Линделёфа, К. Неймана и ряда других ученых. Оказалось, что реакции неголономных связей имеют структуру, отличающуюся от хорошо изученных реакций голономных связей. Поэтому появилась необходимость введения понятия идеальности неголономных связей, составления уравнений движения неголономных систем, формулирования новых вариационных принципов механики. Создание новых принципов поставило задачу о выяснении их взаимосвязи и общности. Изучению этих вопросов были посвящены работы Л. Маурера, Е. Делассю, Г. Гамеля и др. В Советском Союзе исследования в этом направлении были начаты широко известной статьей Н. Г. Четаева «О принципе Гаусса» и продолжены работами его ученика В. В. Румянцева. Выявлению векторной структуры реакций неголономных связей, понятию возможных перемещений неголономных систем, иерархии дифференциальных вариационных принципов были посвящены исследования Н. Н. Поляхова. В предлагаемой статье приводится критический обзор научной переписки Н. Н. Поляхова и В. В. Румянцева, посвященной этим вопросам, обсуждается современная трактовка взаимосвязи дифференциальных вариационных принципов механики и дается геометрическая иллюстрация их единства.

*Ключевые слова:* голономные связи, неголономные связи, принцип Даламбера—Лагранжа, принцип Сулова—Журдена, принцип Гаусса.

Библиогр. 38 назв. Ил. 2.

УДК 539.3:517.925

Товстик П. Е. **Объемная и поверхностная устойчивость трансверсально изотропного материала при сжатии** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 1. С. 127–133.

Рассматривается объемная и поверхностная потеря устойчивости трансверсально изотропного упругого полупространства, равномерно сжатого в горизонтальных направлениях. В предыдущих работах установлено, что критические напряжения достигаются при достаточ-

но большом уровне докритических деформаций порядка 0.1–0.3. В то же время при выводе уравнений бифуркации докритические деформации не учитывались. Настоящая работа посвящена исследованию влияния докритических деформаций на критическую нагрузку и форму потери устойчивости. Как и ранее, система уравнений бифуркации распадается на уравнение, описывающее чисто сдвиговую форму потери устойчивости в плоскости изотропии, и систему двух уравнений, описывающую деформацию общего вида. Установлено, что игнорирование докритических деформаций заметно искажает величину критической деформации как при объемной, так и при поверхностной потере устойчивости. Только в случае случай весьма сильной анизотропии, в котором докритические деформации малы, различие линейного и нелинейного подходов незначительно. Как при объемной, так и при поверхностной потере устойчивости из уравнений бифуркации определяется только критическая нагрузка. Размеры и форма вмятины остаются неопределенными.

*Ключевые слова:* объемная и поверхностная устойчивость, трансверсальная изотропия, нелинейность, бифуркация.

Библиогр. 4 назв. Ил. 1. Табл. 1.

УДК 539.3:519.63

Юшин Р. Ю. **О возможности учета пластической анизотропии при изгибе круглых пластин** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 1. С. 134–140.

Рассмотрена круглая трансверсально-изотропная пластина с эффектом SD, свободно опертая по одному из краев, находящаяся под действием равномерного давления. Была построена разрешающая система третьего порядка из дифференциальных уравнений с нелинейными коэффициентами. Общая идея состоит в том, что задача решается полуобратным методом. Для одной пластины с известными пределами текучести на сжатие и растяжение в плоскости пластины, а также в плоскости, перпендикулярной ей, задаем разные глубины пластической области в центре пластины сверху. Получаем значения глубин пластической области в центре пластины снизу. Используя разностную схему, получаем значение шагов интегрирования, при которых пластические области выходят на край пластины сверху и снизу. После этого находится нагрузка, вызывающая такие пластические области, а также находятся и реальные размеры этих областей.

Итак, разрешающие дифференциальные уравнения для круглых трансверсально-изотропных пластин с эффектом SD выведены. Результаты представлены в графиках и рисунках.

*Ключевые слова:* упруго-пластический изгиб, трансверсальная изотропия, эффект SD.

Библиогр. 6 назв. Ил. 6.

УДК 521.14/.17

Верёвкин К. В., Волков Е. В. **Моделирование эволюции спиральных галактик** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 1. С. 141–147.

Произведена модификация комплекса программ численного моделирования крупномасштабных космических структур GADGET, учитывающего самогравитацию и эффекты газодинамики. В код базовой версии программы были внесены изменения и дополнения, позволяющие строить модели галактик, более приближенные к реальным объектам. Был добавлен блок, учитывающий охлаждение газа за счет высвечивания с возможностью использования любой функции охлаждения. При моделировании процесса формирования звезд из окружающего газа была введена промежуточная фаза, связанная с холодными молекулярными облаками. Учтено влияние вновь образовавшихся молодых звезд на окружающий газ посредством вспышек сверхновых. Все перечисленные эффекты важно учитывать при построении трехмерных моделей спиральных галактик.

*Ключевые слова:* численные методы, галактики, эволюция галактик, спиральные галактики.

Библиогр. 10 назв. Ил. 2.



## ABSTRACTS

UDK 512.6

*Yakovlev A. V.* **On direct decompositions of mixed abelian groups** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 1. P. 6–15.

We consider a sufficiently large subcategory of the category of mixed abelian groups whose torsion-free rank is finite, and its factor category which is obtained by annihilating those homomorphisms which factor through the torsion. We prove that the second category is a good approximation of the first category, but it is much simpler: the groups of morphisms in the second category are torsion free groups of finite rank. This permits to study the direct decompositions of mixed groups using the same methods as in the case of torsion free groups of finite rank.

*Keywords:* mixed abelian groups, direct decompositions.

Bibliogr. 3 references.

UDK 513.6

*Vavilov N. A., Stepanov A. V.* **Standard commutator formula, revisited** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 1. P. 16–22.

Let  $R$  be an associative ring with 1,  $A, B \trianglelefteq R$  be its ideals,  $C(n, R, A)$  be the full congruence subgroup of level  $A$  in  $GL(n, R)$ , and  $E(n, R, A)$  be the relative elementary subgroup of level  $A$ . We present a very easy proof of the following commutator formula

$$[E(n, R, A), C(n, R, B)] = [E(n, R, A), E(n, R, B)],$$

for all commutative rings, based exclusively on the absolute standard commutator formula, and its non-commutative counterparts. This generalises and strengthens results by Mason and Stothers, by ourselves, and by Hazrat and Zhang. For comaximal ideals  $A + B = R$ , we show that this commutator equals  $E(n, R, AB + BA)$ .

*Keywords:* standard commutator formula.

Bibliogr. 34 references.

UDK

*Vostokov S. V., Ferens-Sorotskiy E. V.* **Hilbert pairing for the polynomial formal groups** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 1. P. 23–27.

The work is devoted to a wide class of formal groups, the ones given by polynomials, and to their relation to the Hilbert pairing. For the latter an explicit formula is obtained. The basic definitions are introduced in the work and the principal results are formulated, with the brief plans of proofs given for them. The detailed proofs are going to be given in the next work.

*Keywords:* formal groups, Hilbert pairing.

Bibliogr. 7 references.

UDK 512.5

*Generalov A. I.* **Hochschild cohomology for algebras of dihedral type, III: local algebras in characteristic 2** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 1. P. 28–38.

We describe in terms of generators and relations the Hochschild cohomology algebra for a family of local algebras of dihedral type over the ground field with characteristic 2. In the corresponding calculations, we use the free bimodule resolution which was constructed in the another author's paper.

*Keyword:* algebras of dihedral type, Hochschild cohomology.

Bibliogr. 8 references.

UDK 512.71

*Zhukov I. B.* **Semiglobal models of extensions of two dimensional local fields** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 1. P. 39–44.

In this article a special class of finite homomorphisms between complete regular 2-dimensional local rings is considered (“model homomorphisms”). It is shown that the study of ramification for morphisms of formal curves induced by model homomorphisms helps to understand ramification in extensions of 2-dimensional local fields. Some basic properties of model homomorphisms per se and in relation to 2-dimensional local fields are established.

*Keyword:* ramification, 2-dimsinal local fields, complete local rings, wild ramification, prime characteristic.

Bibliogr. 10 references.

UDK 512.66

*Merkurev A. S.* **Periods of principal homogeneous spaces of algebraic tori** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 1. P. 45–50.

A generic torsor of an algebraic torus  $S$  over a field  $F$  is the generic fiber of a  $S$ -torsor  $P \rightarrow T$ , where  $P$  is a quasi-trivial torus containing  $S$  as a subgroup and  $T = P/S$ . The period of a generic  $S$ -torsor over a field extension  $K/F$ , i.e., the order of the class of the torsor in the group  $H^1(K, S)$  does not depend on the choice of a generic torsor. In the paper we compute the period of a generic torsor of  $S$  in terms of the character lattice of the torus  $S$ .

*Keyword:* algebraic torus, torsor, character of the torus.

Bibliogr. 3 references.

UDK 512.6

*Panin I. A.* **A purity conjecture for reductive groups** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 1. P. 51–56.

The following question was raised by Colliot-Thélène J.-L.; Sansuc J.-J. Let  $R$  be a regular local ring and let  $G$  be a reductive group scheme over  $R$ . Does the functor  $S \mapsto H_{\text{ét}}^1(S, G)$  satisfy the purity for  $R$ ? In the preprint we study that question under a more restrictive set up. Namely, let  $k$  be a characteristic zero field and let  $G$  be one of the algebraic groups over  $k$  from the following list  $\text{PGL}_n$ ,  $\text{SL}_{1,A}$ ,  $\text{O}(q)$ ,  $\text{SO}(q)$ ,  $\text{Spin}(q)$ ,  $\text{PGL}_n/\mu_d$  with  $d$  dividing  $n$ . It is proved in the preprint that the functor  $R \mapsto H_{\text{ét}}^1(R, G)$  satisfies purity for the group  $G$ . Based on this result it is natural to conjecture that the above functor does satisfy purity for an arbitrary connected reductive group  $G$  over a characteristic zero field  $k$  and an arbitrary regular local ring  $R$  containing  $k$ .

*Keyword:* group scheme.

Bibliogr. 15 references.

UDK 517.938

*Zuber I. E., Gelig A. Kh.* **Global stabilization of nonlinear systems by quadratic Lyapunov functions** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 1. P. 57–62.

Consider a system

$$\dot{x} = A(t, x)x + B(t, x)u,$$

where  $A(t, x)$  and  $B(t, x)$  are  $n \times n$ -dimension and  $n \times m$ -dimension ( $m < n$ ) continuous matrices, respectively, the elements of which are uniformly bounded for  $t \geq t_0$ ,  $x \in \mathbb{R}^n$ . It is assumed that a relative degree of this system is  $q = n - m + 1$  and the determinant of the matrix, compiled from the last  $m$  rows of the matrix  $B(t, x)$ , is separated from zero for  $t \geq t_0$ ,  $x \in \mathbb{R}^n$ . By constructing a special quadratic Lyapunov function with the constant positively defined matrix of coefficients  $H$ , which depend only on the change boundaries of coefficients of the matrices  $A(t, x)$  and  $B(t, x)$ , the following control  $u(t, x) = \lambda \tilde{B}^*(t, x)H$  with the scalar parameter  $\lambda$ , for which a closed system

is globally asymptotically stable, is obtained. Here  $\tilde{B}^*(t, x)$  is a matrix which is obtained from the matrix  $B(t, x)$  by changing of the first  $n - m$  rows by the zeros.

*Keyword:* nonlinear systems, stabilization, Lyapunov functions.

Bibliogr. 9 references.

UDK 512.5

*Ivanov A. A.* **Hochschild cohomology of algebras of quaternion type: the family  $Q(2\mathcal{B})_1(k, s, a, c)$  over a field of characteristic don't equal 2** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 1. P. 63–72.

In the previous paper by the author (in collaboration with A. I. Generalov and S. O. Ivanov) the Hochschild cohomology algebra of algebras of quaternion type from the family  $Q(2\mathcal{B})_1$  was calculated over an algebraically closed field of characteristic 2. In the present paper, the Hochschild cohomology groups of algebras of this family are calculated over an algebraically closed field of characteristic don't equal 2. As a corollary the description of additive structure of Hochschild cohomology of algebras of the type  $Q(2\mathcal{A})$  in characteristic don't equal 2 can be obtained.

*Keywords:* Hochschild cohomology, algebras of quaternion type.

Bibliogr. 7 references.

UDK 539.3

*Viktorov I. V.* **Deformation of cylindrical shell, reinforced by nonlinearly elastic fibres** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 1. P. 73–76.

Axisymmetrical deformation of cylindrical shell is examined at uniform external pressure. It is assumed that a shell consists of elastic isotropic matrix reinforced by two systems of fibres, inclined under equal corners to generating line and equidistributed on a thickness. The behaviour of fibres is considered substantially nonlinear, namely, it is assumed that their hardness becomes ignored small at sufficiently large compression. Through the hypotheses of Kirchhoff—Love three cases of behaviour of fibres are possible: fibres are stretched, fibres do not resist to the compression in part of volume of shell, fibres do not resist to the compression on all thickness of shell. As a result we obtain the nonlinear relations connecting deformations of midsurface with stress-resultants and stress-couples. The behaviour of fibres depending on a corner of reinforcing is considered and areas on a shell surface on which fibres have supporting an effect are found.

*Keywords:* shell reinforced by fibres, axisymmetrical deformation of cylindrical shell.

Bibliogr. 3 references. Fig. 1.

UDK 533.6.011

*Istomin V. A., Kustova E. V.* **Transport coefficients of atomic nitrogen and oxygen with electronically excited states** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 1. P. 77–85.

In the present paper, transport processes in atomic nitrogen and oxygen with electronically excited states are studied. A mathematical model of a weakly non-equilibrium one-temperature viscous gas flow taking into account the electronic degrees of freedom of atoms is developed. An algorithm for the evaluation of the heat conductivity, shear and volume viscosity, and self-diffusion coefficients is suggested. The transport coefficients are calculated in the temperature range 5000 to 25 000 K, the contribution of the translational and electronic degrees of freedom to the heat conductivity coefficient is estimated, the effect of the volume viscosity and the behavior of the Prandtl number are analyzed. It is shown that the influence of the resonance defect of the electronic energy on the heat conductivity coefficient is negligibly small. The results of the work can be applied for the calculation of the resistance and heat flux to the surface of a spacecraft entering into the planet atmosphere.

*Keywords:* kinetic theory of transport process, transport coefficients, atomic gas, electronic excitation.

Bibliogr. 9 references. Fig. 6.

UDK 533.9

*Latyshev A. V., Tereshina T. V., Yushkanov A. A.* **Research of transverse permittivities of a plasma with using two-parameter equation** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 1. P. 87–92.

The case when electron-electron collisions alter the properties of a gaseous plasma is studied. The two-parameter kinetic equation that takes into account the electron-electron collisions is used. An analytical expression is derived for the transverse permittivities of plasma. The results become classical as the frequency of electron-electron collisions tends to zero. The article also provides for the analysis of various limitary cases.

*Keywords:* transverse permittivities, collision integral, kinetic equation.

Bibliogr. 17 references. Fig. 3.

UDK 539.3, 517.5

*Mal'kov V. M., Mal'kova Yu. V.* **A circular arc crack near to an interface** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 1. P. 93–104.

The analytical solution of a plane problem (plane deformations or the plane stresses) for a bimaterial plane with a curvilinear crack in the form of an arc of the circle located near to an interface is received. The crack is entirely in lower half-plane and does not adjoin to interface (such cracks name internal). On faces of crack external loading is applied. On infinity the fractions and angles of rotation are set. For the decision of a problem the method of complex potentials of Kolosov–Muskhelishvili together with method of superposition are used. The decision of an initial problem is constructed in the form of the sum of decisions of two particular problems: for perfect bonding with jumps stresses and displacements on interface and for a homogeneous plane with a crack. The boundary problem is reduced to integrated Fredholm's equation of the second rank which solution is constructed in the polynomial form. It is offered to search for factors of a polynomial a method of a collocation. Formulas for stress intensity factors are deduced. The similar problem for a circular crack near interface is solved for the first time, were considered either rectilinear cracks or slightly curvilinear cracks poorly differing from rectilinear.

*Keywords:* plane problem, curvilinear crack, complex functions, superposition method, Fredholm's integrated equation.

Bibliogr. 34 references. Fig. 1.

UDK 539.3

*Morozov V. A.* **Crack propagation under Short-Term Impulse Loading** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 1. P. 105–111.

Equation of a crack movement under a pulse loading is derived on the La Grange equation base using the «beam» approach. Asymptotic and partial solutions to the equation are obtained. Characteristic temporal parameters of the crack movement are estimated. Dynamic criterion of a crack propagation is formulated.

*Keywords:* Dynamic fracture, Impulse loading, Crack propagation.

Bibliogr. 18 references. Fig. 2.

UDK 531.011

*Nezderov A. A., Yushkov M. P.* **Relationship and unity of differential variational principles in mechanics** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 1. P. 112–126.

In passing from holonomic mechanics to nonholonomic one there were serious difficulties and well-known mistakes of E. Lindelöf, C. Neumann, and a number of other scientists. It turned out that reaction forces of nonholonomic constraints have a structure that is different from the reaction forces of thoroughly studied holonomic ones. That is why, it became necessary to introduce the notion

of ideality of nonholonomic constraints, compose equations of motion of nonholonomic systems, and formulate new variational principles in mechanics. Invention of new principles set a problem of determination of their relationship and generality. Works by L. Maurer, E. Delassus, G. Hamel, and others were devoted to that subject. In the Soviet Union the investigations in that area were started by a well-known paper by N. G. Chetaev «On the Gauss principle» and continued by the works of his disciple V. V. Rumyantsev. Studies of N. N. Polyakhov covered revelation of a vector structure of the reaction forces of nonholonomic constraints, the notion of virtual displacements of nonholonomic systems, and hierarchy of differential variational principles. This paper gives a critical survey of the scientific correspondence between N. N. Polyakhov and V. V. Rumyantsev on those questions, discusses a modern interpretation of relationship of differential variational principles in mechanics, and presents a geometrical illustration of their unity.

*Keywords:* holonomic constraints, nonholonomic constraints, principle of d'Alambert—Lagrange, principle of Suslov—Jourdain, principle of Gauss.

Bibliogr. 38 references. Fig. 2.

UDK 539.3:534.1

*Tovstik P. E.* **The body and the surface stability of a transversal isotropic material under compression** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 1. P. 127–133.

The body and the surface stability of a transversal isotropic elastic half-space uniformly compressed in the horizontal directions is studied. In the previous papers it was established that the large enough preliminary strains of order of 0.1–0.3 correspond to the critical stresses. At the same time the preliminary strains are not included in the bifurcation equations. In this work the influence of the preliminary strains on the critical load and on the buckling mode is investigated. As earlier the bifurcation system is separated into the equation describing purely shear buckling mode in the plane of isotropy and into the system of two equations describing the general deformation. It is established that the preliminary deformations neglecting essentially districts the critical deformation as for body so for surface loss of stability. Only in the case of strong anisotropy with small preliminary deformations the difference between linear and non-linear approach is inessential. As for body so for surface loss of stability from the bifurcation equations it is possible to find the critical load. The wave length and the buckling mode remain indefinite.

*Keywords:* body and surface stability, transversal isotropy, non-linearity, bifurcation.

Bibliogr. 4 references. Fig. 1. Tabl. 1.

UDK 539.3:519.63

*Yushin R. Y.* **About possibility of accountability of plastic anisotropy while bending round plates** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 1. P. 134–140.

A round transverse isotropy plate simply bearing by one of the border and uniformly pressurized was considered. The resolving system of a three differential equations with non-linear coefficients was built. The main idea consists by solving task with semi-inverse method. Taking up one plate with a known yield points under the pressing and stretching in a plane of a plate and in a plane which is perpendicular our plate. By setting different depths of a plastic domain in a center of a plate from above, we obtain values of depths of a plastic domains below. Using numerical computation we obtain values of integration steps when the plastic domains from above and below comes out to a border of the plate. After that we obtain values of loads under which these plastic domains evolves and obtain real size of plastic domains.

So, differential equations of the transversal-isotropic round plates with effect SD are fully completed. The results are presents at pictures and plots.

*Keywords:* elastoplastic bending, transverse isotropy, Strength-Different effect.

Bibliogr. 6 references. Fig. 6.

UDK 521.14/.17

*Verevkin K. V., Volkov E. V. Simulation of Spiral Galaxies Evolution* // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 1. P. 141–147.

A modification of program package GADGET was made. GADGET code was designed for numerical simulations of large-scale cosmologic structures. The simulation is based on effects of self-gravitation and gas dynamics. The basic version of the code was extended with additions, allowing to build models of galaxies closer to real objects. Algorithms, which allow to include effects of radiative gas cooling, star formation and supernovae feedback were added. Stars are formed from the surrounding gas via intermediate phase associated with cold molecular clouds. A feedback from newly formed young stars to the surrounding gas is included via supernova explosions. All of these effects is important to consider when building three-dimensional models of spiral galaxies.

*Keywords:* simulation, galaxies, galaxies evolution, spiral galaxies.

Bibliogr. 10 references. Fig. 2.

## CONTENTS

### To the 70 anniversary of Anatoly Vladimirovich Yakovlev

Anatoly Vladimirovich Yakovlev (to the 70 anniversary) .....	3
<i>Yakovlev A. V.</i> On direct decompositions of mixed abelian groups .....	6
<i>Vavilov N. A., Stepanov A. V.</i> Standard commutator formula, revisited .....	16
<i>Vostokov S. V., Ferens-Sorotskiy E. V.</i> Hilbert pairing for the polynomial formal groups .....	23
<i>Generalov A. I.</i> Hochschild cohomology for algebras of dihedral type, III: local algebras in characteristic 2 .....	28
<i>Zhukov I. V.</i> Semiglobal models of extensions of two dimensional local fields .....	39
<i>Merkurev A. S.</i> Periods of principal homogeneous spaces of algebraic tori .....	45
<i>Panin I. A.</i> A purity conjecture for reductive groups .....	51

### Mathematics

<i>Zuber I. E., Gelig A. Kh.</i> Global stabilization of nonlinear systems by quadratic Lyapunov functions .....	57
<i>Ivanov A. A.</i> Hochschild cohomology of algebras of quaternion type: the family $Q(2\mathcal{B})_1(k, s, a, c)$ over a field of characteristic don't equal 2 .....	63

### Mechanics

<i>Viktorov I. V.</i> Deformation of cylindrical shell, reinforced by nonlinearly elastic fibres .....	73
<i>Istomin V. A., Kustova E. V.</i> Transport coefficients of atomic nitrogen and oxygen with electronically excited states .....	77
<i>Latyshev A. V., Tereshina T. V., Yushkanov A. A.</i> Research of transverse permittivities of a plasma with using two-parameter equation .....	87
<i>Mal'kov V. M., Mal'kova Yu. V.</i> A circular arc crack near to an interface .....	93
<i>Morozov V. A.</i> Crack propagation under Short-Term Impulse Loading .....	105
<i>Nezderov A. A., Yushkov M. P.</i> Relationship and unity of differential variational principles in mechanics .....	112
<i>Tovstik P. E.</i> The body and the surface stability of a transversal isotropic material under compression .....	127
<i>Yushin R. Y.</i> About possibility of accountability of plastic anisotropy while bending round plates ..	134

### Astronomy

<i>Verevkin K. V., Volkov E. V.</i> Simulation of Spiral Galaxies Evolution .....	141
---	-----

### Chronicle

Session of Section of the House of scientists of the Russian Academy of Sciences on the theoretical mechanics of prof. N. N. Poljakhov. October 28, 2009 .....	126
--	-----

<b>Abstracts</b> .....	154
------------------------	-----