

ВЕСТНИК

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

Серия 1
Выпуск 3

2010
Сентябрь

МАТЕМАТИКА
МЕХАНИКА
АСТРОНОМИЯ

НАУЧНО-ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ. ИЗДАЕТСЯ С АВГУСТА 1946 ГОДА

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

<i>Абрамовская Т. В.</i> Нетривиальные разрывы функции Головача для деревьев . . .	3
<i>Даугавет В. А., Киреева М. В.</i> Приближение функции двух переменных произведением функций одной переменной в заданной области	13
<i>Зубер И. Е.</i> Синтез инвариантно стабилизированных дискретных неопределенных систем	22
<i>Корчевский В. М., Петров В. В.</i> Об усиленном законе больших чисел для последовательностей зависимых случайных величин	26
<i>Леонов Г. А., Кузнецов Н. В., Брагин В. О.</i> О проблемах Айзермана и Калмана .	31
<i>Меркулов А. С., Широков Н. А.</i> Весовые оценки коммутаторов Кальдерона на комплексной плоскости	48
<i>Осипов В. Ф.</i> Математика и философия (о диалектике развития математики) . .	54
<i>Поборчий С. В.</i> Представление решения задачи Дирихле в плоской области с пи-ком в виде логарифмического потенциала простого слоя	61
<i>Филлимоненкова Н. В.</i> Оценка постоянной Гельдера для слабых решений m -гессиановских уравнений в замкнутой области	70



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ОСНОВАН В 1724 ГОДУ
1824 – ГОД ВЫХОДА В СВЕТ ПЕРВОГО ИЗДАНИЯ УНИВЕРСИТЕТА

© Авторы статей
© Издательство
Санкт-Петербургского
университета, 2010

МЕХАНИКА

<i>Арутюнян А. Р., Арутюнян Р. А.</i> Критерий усталости, основанный на результатах исследований по скрытой энергии деформации	80
<i>Быков В. Г.</i> Нестационарные режимы движения статически неуравновешенного ротора с автобалансирующим механизмом	89
<i>Мельников В. Г.</i> Идентификация компонент тензора инерции и координат центра масс тела на реверсивно-симметричных прецессиях	97
<i>Платонов В. В.</i> Устойчивость трансверсально изотропной сферической оболочки под действием динамического нормального давления	105
<i>Слесаренко В. Ю., Степанов А. Б., Филиппов С. Б.</i> Устойчивость кольцевой пластинки под действием радиальных сжимающих усилий	111

АСТРОНОМИЯ

<i>Антонов В. А., Судов Л. Н., Холшевников К. В.</i> Решение кинематического уравнения для близпараболического кеплерова движения: свойства коэффициентов формального ряда	120
<i>Набоков Н. В.</i> Эволюция размеров галактик на основе данных 10KzCOSMOS ...	128

ХРОНИКА

<i>Матвеев С. К., Усков В. Н.</i> Исаак Павлович Гинзбург. К 100-летию со дня рождения	132
<i>Матвеев С. К., Усков В. Н.</i> Виктор Георгиевич Дулов. К 80-летию со дня рождения	138
Рефераты	142
Abstracts	149
Contents	156

РЕФЕРАТЫ

УДК 517.977,519.173

Абрамовская Т. В. **Нетривиальные разрывы функции Головача для деревьев** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 3. С. 3–12.

Рассматривается задача ε -поиска на связном топологическом графе. Изучаются свойства функции Головача, ставящей каждому неотрицательному ε ε -поисковое число. Известно, что функция Головача кусочно постоянна, невозрастает, непрерывна справа, и, как было показано П. А. Головачом и Н. Н. Петровым на примере полных графов, скачки функции Головача могут быть неединичными. В настоящей статье изучаются скачки функции Головача для случая деревьев. В работе приводятся примеры деревьев, опровергающие гипотезу о том, что функция Головача любого планарного графа имеет только единичные скачки. Для указанных контрпримеров построена функция Головача. Показано, что функция Головача для деревьев, состоящих не более чем из 27 рёбер, имеет только единичные скачки. Аналогичным свойством обладает функция Головача для деревьев, состоящих не более чем из 28 рёбер, степени вершин которых не выше трёх. Построенные в работе примеры минимальны по количеству рёбер.

Для графа с вырожденной функцией Головача ставится вопрос можно ли сколь угодно малым изменением длин рёбер устранить неединичные скачки функции Головача. В настоящей работе приводятся подходящие «шевеления» для упомянутых контрпримеров.

Ключевые слова: гарантированный поиск, группа преследователей, убегающий, ε -поимка, поисковые числа, функция Головача, единичные скачки.

Библиогр. 4 назв. Ил. 5.

УДК 519.651,519.652

Даугавет В. А., Киреева М. В. **Приближение функции двух переменных произведением функций одной переменной в заданной области** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 3. С. 13–21.

Рассматривается задача равномерного приближения непрерывной функции двух переменных произведением непрерывных функций одной переменной в некоторой области D . До сих пор эта задача исследовалась лишь на прямоугольной области $D = U \times V$, где U и V — некоторые компакты, а алгоритм поиска решения разработан только для дискретного случая. В работе приводится алгоритм, который в определенных случаях позволяет построить приближенное решение задачи в заданной области (не обязательно прямоугольной) в виде интерполяционных натуральных сплайнов с использованием сеточных решений задачи. В зависимости от степени сплайнов задачу можно решать в классах функций с определенной гладкостью.

В процессе построения приближенного решения строится двусторонняя оценка для величины наилучшего приближения. Также приводится способ уточнения решения и двусторонней оценки. Рассмотрены примеры приближения функции на кольце в классе непрерывных функций и на области, ограниченной эллипсом, в классе дважды непрерывно дифференцируемых функций.

Ключевые слова: приближение функций, интерполяционные сплайны, сеточная задача.

Библиогр. 7 назв. Ил. 3.

УДК 517.929

Зубер И. Е. **Синтез инвариантно стабилизированных дискретных неопределенных систем** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 3. С. 22–25.

Рассматривается управление дискретной системой n -го порядка с внешним возмущением. Элементы матрицы системы являются функционалами произвольной природы. Матрица наблюдения постоянна и имеет размерность $m \times n$. Осуществлен синтез управления, обеспе-

чивающего независимость выхода σ_k от внешнего возмущения ψ_k , при этом

$$\sigma_{k+1} = \beta \sigma_k, \quad 0 < \beta < 1, \quad \sigma_k \in \mathbb{R}^m.$$

Сформулированное управление обеспечивает выполнение свойства

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} \|x_n\| \leq \gamma_0 \limsup_{n \rightarrow \infty} |\psi_n|,$$

где x_n — вектор состояния системы. Развитый метод применен для инвариантной стабилизации трех классов ранее не рассмотренных неопределенных систем.

Ключевые слова: неопределенные системы, дискретные системы, инвариантное управление.

Библиогр. 9 назв.

УДК 519.214

Корчевский В. М., Петров В. В. **Об усиленном законе больших чисел для последовательностей зависимых случайных величин** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 3. С. 26–30.

Получены новые достаточные условия применимости усиленного закона больших чисел к последовательностям случайных величин без предположения о независимости. Также получены результаты о сильной устойчивости сумм зависимых случайных величин. При этом не предполагается какой-либо определенный тип зависимости между случайными величинами последовательности. В формулировках теорем используются только условия, налагаемые на моменты случайных величин и их сумм. Показано, что полученные результаты в некотором смысле неулучшаемы. Эти результаты являются обобщениями некоторых результатов Н. Этемади, полученных ранее при значительно более ограничительных условиях.

Ключевые слова: усиленный закон больших чисел, последовательности зависимых случайных величин, устойчивость сумм случайных величин.

Библиогр. 6 назв.

УДК 519.71

Леонов Г. А., Кузнецов Н. В., Брагин В. О. **О проблемах Айзермана и Калмана** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 3. С. 31–47.

Выдвинутые Айзерманом и Калманом проблемы об устойчивости нелинейных управляемых систем стимулировали развитие методов обнаружения скрытых периодических колебаний в многомерных динамических системах.

В пятидесятых годах двадцатого века В. А. Плисом был разработан аналитический метод, позволяющий обнаруживать периодические колебания в системах третьего порядка, удовлетворяющих обобщенным условиям Рауса—Гурвица.

Оказалось, что такой обобщенный метод В. А. Плиса может рассматриваться, как некоторый специальный вариант метода описывающих функций в критическом случае. Объединенный с вычислительными процедурами, базирующийся на прикладной теории бифуркаций, этот метод позволил получить новые классы систем, для которых неверны гипотезы Айзермана и Калмана.

В данной работе проводится обзор известных подходов Фитса, Барабанова, Либре к построению контрпримеров к гипотезам Айзермана и Калмана и предлагается новый эффективный аналитико-численный метод построения таких контрпримеров. Предложенный метод основан на соединении классической теории малого параметра, теории бифуркаций и метода гармонической линеаризации. На основе разработанного метода проводится численное построение серии контрпримеров к указанным гипотезам.

Ключевые слова: Гипотеза Айзермана, гипотеза Калмана, абсолютная устойчивость, периодические решения, скрытые колебания.

Библиогр. 18 назв. Ил. 27.

УДК 517.518.14

Меркулов А. С., Широков Н. А. **Весовые оценки коммутаторов Кальдерона на комплексной плоскости** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 3. С. 48–53.

Пусть $V(z)$ — комплекснозначная функция, определенная на комплексной плоскости \mathbb{C} , удовлетворяющая условию $|V(z) - V(\zeta)| \leq w|z - \zeta|$, $z, \zeta \in \mathbb{C}$, $w \geq 0$ — вес на \mathbb{C} , удовлетворяющий условию Макенхаупта A_p при $1 < p < \infty$, т. е. существует постоянная c_0 , не зависящая от круга B такая, что

$$\left(\frac{1}{|B|} \int_B \omega d\sigma \right) \left(\frac{1}{|B|} \int_B \omega^{-\frac{1}{p-1}} d\sigma \right)^{p-1} \leq c_0,$$

σ — мера Лебега на \mathbb{C} . Оператор T_n^* определяется формулой

$$T_n^* f(z) = \sup_{\varepsilon > 0} \left| \int_{|\zeta - z| > \varepsilon} \left(\frac{V(\zeta) - V(z)}{\zeta - z} \right)^n \frac{f(\zeta)}{(\zeta - z)^2} d\sigma(\zeta) \right|.$$

Основным результатом статьи является

Теорема. Справедлива оценка

$$\left(\int_{\mathbb{C}} (T_n^* f)^p \omega d\sigma \right)^{1/p} \leq b(p, n) w^n \left(\int_{\mathbb{C}} |f|^p \omega d\sigma \right)^{1/p},$$

где постоянная $b(p, n)$ имеет степенной рост по n .

Ключевые слова: сингулярные интегралы, веса Макенхаупта, коммутаторы Кальдерона.

Библиогр. 3 назв.

УДК 51(091)

Осипов В. Ф. **Математика и философия (о диалектике развития математики)** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 3. С. 54–60.

В работе рассматриваются совместные действия и синтез взаимно противоположных элементов мыслительной деятельности математика. Основное внимание уделяется таким противоположным элементам, как логика и интуиция, общность и конкретность, синтез и конструкция. Кроме того, в работе дается диалектический анализ возникновения новых абстрактных понятий, исходя непосредственно из нашего чувственного опыта или из абстрактных понятий, уже использованных при решении математических задач. Все рассуждения иллюстрируются примерами, начиная от Эвклида и Диофанта и заканчивая вопросами обоснования на современном уровне развития математики.

Ключевые слова: логика, интуиция, абстрактное понятие, математическая задача.

Библиогр. 13 назв.

УДК 517.968.2+517.956

Поборчий С. В. **Представление решения задачи Дирихле в плоской области с пиком в виде логарифмического потенциала простого слоя** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 3. С. 61–69.

Как известно, отыскание решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа в виде потенциала простого слоя V_ϱ с неизвестной плотностью ϱ приводит к граничному интегральному уравнению $V_\varrho = f$ для нахождения плотности, где f — граничные данные Дирихле. Пусть Γ — граница конечной плоской области с внешним или внутренним пиком и $T(\Gamma)$ — пространство следов на Γ функций с конечным интегралом Дирихле на \mathbf{R}^2 . В работе показано, что оператор $L_2(\Gamma) \ominus 1 \ni \varrho \rightarrow V_\varrho|_\Gamma \in T(\Gamma)$ непрерывен, а оператор $\varrho \rightarrow V_\varrho - \bar{V}_\varrho$ (где \bar{u} означает среднее значение u на Γ) может быть единственным образом расширен до изоморфизма

$\mathcal{V} : (T(\Gamma))^* \ominus 1 \rightarrow T(\Gamma) \ominus 1$ между пространством непрерывных функционалов в $T(\Gamma)$, ортогональных единице, и пространством следов на Γ , ортогональных единице в $L_2(\Gamma)$. Отсюда следует, что всякая функция с конечным интегралом Дирихле в \mathbf{R}^2 , гармоническая в $\mathbf{R}^2 \setminus \Gamma$, может быть единственным образом представлена в виде $\text{const} + \mathcal{V}\varrho$, где \mathcal{V} — упомянутый выше изоморфизм. Таким образом, решение двусторонней задачи Дирихле $\Delta u = 0$ в $\mathbf{R}^2 \setminus \Gamma$, $u|_{\Gamma} = f$, $|u(x)| \leq \text{const}$ при $|x| \rightarrow \infty$, может быть однозначно записано в виде $\text{const} + \mathcal{V}\varrho$, где плотность находится из уравнения $\text{const} + \mathcal{V}\varrho = f$, $\varrho \in (T(\Gamma))^* \ominus 1$.

Ключевые слова: задача Дирихле, уравнение Лапласа, граничные интегральные уравнения, логарифмический потенциал, области с негладкой границей.

Библиогр. 13 назв.

УДК 517.957

Филимонова Н. В. **Оценка постоянной Гельдера для слабых решений m -гессиановских уравнений в замкнутой области** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 3. С. 70–79.

Работа посвящена исследованию гладкости слабых решений задачи Дирихле для m -гессиановских уравнений. Именно, рассматриваем в области $\Omega \subset R^n$ полностью нелинейное уравнение второго порядка

$$\text{tr}_m u_{xx} = f^m,$$

где $\text{tr}_m u_{xx}$ — это сумма главных миноров порядка m матрицы u_{xx} , $1 \leq m \leq n$. В работах 1980-х годов Н. М. Ивочкиной, Л. Ниренберга, Л. Каффарелли, Д. Спрука, Н. В. Крылова рассматривалось такое уравнение с $f \in C^4(\bar{\Omega})$, $f > 0$. В 1997 году Н. Трудингер ввел понятие аппроксимативного решения и наметил доказательство его локальной гильдеровости при условии принадлежности f одному из пространств Лебега. В настоящей работе проведен анализ поведения аппроксимативного решения задачи Дирихле у границы области в предположении $f \in L^n(\Omega)$, $f \geq 0$ и $f \in L^p$ вблизи границы с $p \geq n$. Показано, что решение приближается к граничному значению со скоростью d^α , где d — расстояние до границы, $0 < \alpha < 1$. Найдена зависимость α от показателя p . Кроме того, предложено наиболее простое доказательство гильдеровости слабого решения в замкнутой области. Для этого использованы методы, разработанные О. А. Ладыженской и Н. Н. Уральцевой, а также один прием Н. Трудингера.

Ключевые слова: m -гессиановское уравнение, аппроксимативное решение, константа Гельдера.

Библиогр. 10 назв.

УДК 539.43

Арутюнян А. Р., Арутюнян Р. А. **Критерий усталости, основанный на результатах исследований по скрытой энергии деформации** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 3. С. 80–88.

В связи с мощным техническим прогрессом в турбостроении и авиации и, соответственно, с участвующими усталостными разрушениями, число которых согласно мировой статистике составляет до 90% от общего числа разрушений, в XX столетии существенно возрос объем исследований по проблеме усталости. Увеличение интенсивности исследований по этой проблеме в последние десятилетия были связаны с многочисленными случаями эксплуатационных разрушений в различных областях промышленности (например, аварийный сход с рельсов высокоскоростных поездов в Германии и Англии), происходящих при низких, но длительно действующих циклических нагрузках. В связи с этим возникла необходимость выполнения дополнительных исследований в области многоциклового усталости, и, соответственно, коренного пересмотра стандартов усталостных расчетов для прогнозирования в область многоциклового усталости.

Ключевые слова: критерий усталостной прочности, скрытая энергия деформации, энергетический параметр поврежденности, логистическая функция.

Библиогр. 34 назв. Ил. 2.

УДК 531.3:534.013

Быков В. Г. **Нестационарные режимы движения статически неуравновешенного ротора с автобалансирующим механизмом** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 3. С. 89–96.

Математическая модель статически неуравновешенного симметричного ротора, оснащенного шариковым автобалансирующим механизмом (АБМ), получена в виде системы уравнений в комплексной форме. Построены АЧХ и ФЧХ несбалансированного стационарного режима. Проведена серия расчетов различных режимов нестационарного прохождения через критическую скорость как в случаях выполнения необходимого условия автобалансировки, так и в случае его нарушения. Показано, что во всех рассмотренных вариантах максимальные амплитуды нестационарного движения ротора с АБМ могут превосходить максимум амплитуды стационарного режима. Исследовано влияние вязкого трения в АБМ на процесс установления сбалансированного режима. Обнаружен эффект быстро вращающихся балансирующих шариков, возникающий в резонансной области в случае недостаточного демпфирования в АБМ.

Ключевые слова: автобалансирующий механизм, неуравновешенный ротор, прохождение через критическую скорость.

Библиогр. 10 назв. Ил. 6. Табл. 1.

УДК 531

Мельников В. Г. **Идентификация компонент тензора инерции и координат центра масс тела на реверсивно-симметричных прецессиях** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 3. С. 97–104.

Рассматривается проблема параметрической идентификации тензора инерции и центра масс твердого тела в условиях диссипации энергии на тестовом сферическом двухосном движении с постоянным передаточным отношением угловых скоростей прецессии и собственного вращения. При этом замедленному неуправляемому движению в положительном направлении, сопоставлено программное движение в обратном направлении симметричное неуправляемому. Получены расчетные формулы, не содержащие неизвестных диссипативных моментов.

Ключевые слова: реверсивно-симметричное движение, прецессия, собственное вращение, тензор инерции, центр масс.

Библиогр. 14 назв. Ил. 3.

УДК 539.3

Платонов В. В. **Устойчивость трансверсально изотропной сферической оболочки под действием динамического нормального давления** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 3. С. 105–110.

В статье исследуется возможность возникновения принципиально новых форм потери устойчивости трансверсально-изотропной сферической оболочки при нормальной динамической нагрузке. Задача рассматривается в классической теории и с использованием уточненной теории. Используется теория, учитывающая поперечные деформации сдвига согласно С. А. Амбарцумяну. Строится полная система решений уравнения движения сферической оболочки. Определяются формы потери устойчивости и частоты собственных колебаний. Приводится численный расчет частоты собственных колебаний, который показывает влияние учета параметра поперечной жесткости на сдвиг для трансверсально-изотропных материалов.

Ключевые слова: Формы потери устойчивости, трансверсально изотропная сферическая оболочка, динамическая нагрузка, уточненная теория.

Библиогр. 8 назв. Ил. 1. Табл. 2.

УДК 539.3,517.928

Слесаренко В. Ю., Степанов А. Б., Филиппов С. Б. **Устойчивость кольцевой пластинки под действием радиальных сжимающих усилий** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 3. С. 111–119.

Исследуется потеря устойчивости кольцевой пластинки под действием равномерно распределенных радиальных сжимающих усилий. Если радиальные усилия приложены к внутреннему краю пластинки, то окружные напряжения оказываются растягивающими, и форма потери устойчивости является осесимметричной. В том случае, когда радиальные усилия приложены к внешнему краю, возникают сжимающие окружные напряжения, вызывающие потерю устойчивости пластинки с образованием волн в окружном направлении.

Кольцевая пластинка может служить моделью шпангоута, подкрепляющего оболочку вращения. В связи с этим представляют интерес граничные условия, соответствующие условиям закрепления шпангоута. Предполагается, что нагруженный край пластинки зашпандован, а другой край свободен или подкреплен круговым стержнем. Путем решения системы уравнений, описывающей осесимметричную деформацию пластинки в ее плоскости, получены выражения для начальных усилий. Краевая задача для системы уравнений устойчивости кольцевой пластинки в общем случае не имеет аналитического решения. Для нахождения критических нагрузок и форм потери устойчивости используется метод прогонки.

Пластинка называется узкой, если отношение ее ширины к радиусу нагруженного края является малой величиной. Для анализа устойчивости узкой пластинки используется асимптотический метод. Получены простые приближенные формулы для вычисления критических нагрузок и форм потери устойчивости. Сравнение асимптотических и численных результатов показывает, что погрешность приближенных формул быстро уменьшается с уменьшением ширины пластинки. Предложенный в работе асимптотический метод можно использовать при произвольных однородных граничных условиях на краях пластинки.

Ключевые слова: кольцевая пластинка, потеря устойчивости, краевая задача, асимптотический метод.

Библиогр. 7 назв. Ил. 3.

УДК 521.1:517.958

Антонов В. А., Судов Л. Н., Холшевников К. В. **Решение кинематического уравнения для близпараболического кеплерова движения: свойства коэффициентов формального ряда** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 3. С. 120–127.

Для невозмущенного близпараболического движения кинематическое уравнение (аналог уравнения Кеплера), связывающее определяющую положение на орбите истинную аномалию θ , безразмерное время y и эксцентриситет e , можно представить в виде уравнения $2y/3 = F(x, z)$ с малым параметром $z = \sqrt{\mu}$, $\mu = (1 - e)/(1 + e)$. Здесь $x = \text{tg}(\theta/2)$,

$$F(x, z) = \frac{1 + z^2}{2z^3} \arctg zx - \frac{(1 - z^2)x}{2z^2(1 + z^2x^2)}.$$

Решение этого уравнения в виде ряда по степеням μ получено нами ранее. Здесь установлены важнейшие свойства общего члена обращенного ряда, являющегося функцией от y , а точнее от вспомогательной переменной x_0 , служащей решением кубического уравнения $x_0 + x_0^3/3 = 2y/3$. Область сходимости и оценки общего члена обращенного ряда мы установим в следующей статье.

Ключевые слова: уравнение Кеплера, близпараболическое движение, малый параметр, степенные ряды, неравенство Коши, асимптотика.

Библиогр. 8 назв.

УДК 52-14

Набоков Н. В. **Эволюция размеров галактик на основе данных 10KzCOSMOS** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 3. С. 128–131.

Получены значения параметра эволюции линейных размеров галактик разных морфологических типов и светимостей в рамках космологических моделей Фридмана для различных комбинаций параметров плотности. В качестве наблюдательных данных используется каталог галактик 10KzCOSMOS со спектральными красными смещениями и морфологический каталог галактик COSMOS.

Ключевые слова: космология, далекие галактики, красные смещения.

Библиогр. 6 назв. Ил. 1. Табл. 1.

УДК 533.6.011

Матвеев С. К., Усков В. Н. **Исаак Павлович Гинзбург. К 100-летию со дня рождения** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 3. С. 132–137.

В статье, посвященной столетию со дня рождения известного ученого Исаака Павловича Гинзбурга (1910–1979), рассматриваются основные этапы деятельности большого ученого и педагога после окончания в 1931 году Ленинградского университета. Эта деятельность проходила в основном в стенах Ленинградского государственного университета и Ленинградского военно-механического института. Удивительным достижением Гинзбурга-педагога была подготовка 123 кандидатов и около 30 докторов наук. Его заслуги как ученого — создание теории сопротивления жидкости и газа, а также получение теоретических и экспериментальных данных по сверхзвуковым струйным течениям. Эти результаты использовались при создании авиационной и ракетно-космической техники.

Ключевые слова: теория сопротивления жидкости и газа, сверхзвуковые струи, ученый, педагог.

Библиогр. 3 назв. Ил. 1.

УДК 533.6.011

Матвеев С. К., Усков В. Н. **Виктор Георгиевич Дулов. К 80-летию со дня рождения** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 3. С. 138–141.

В статье описываются основные этапы жизнедеятельности талантливого ученого-механика, замечательного педагога и организатора науки, члена-корреспондента АН СССР и РАН В. Г. Дулова (1929–2001). Выпускник Ленинградского государственного университета, доцент Ленинградского военно-механического института, он основную часть своей жизни посвятил Сибири. Здесь он работал в институте теоретической и прикладной механики и был директором этого академического института в Новосибирске, был также основателем и директором Вычислительного центра в Красноярске. В. Г. Дулов преподавал и заведовал кафедрами в университетах перечисленных городов, написал ряд замечательных учебников и монографий. Он был специалистом по гиперзвуковой аэродинамике и динамике сверхзвуковых струй, способствовал созданию новой техники за что получил Государственную премию.

Ключевые слова: ученый, педагог, гиперзвуковая аэродинамика, сверхзвуковые струи.

Библиогр. 2 назв. Ил. 1.

ABSTRACTS

UDK 517.977,519.173

Abramovskaya T. V. **Nontrivial discontinuities of Golovach function for trees** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 3. P. 3–12.

The ε -search problem on graphs is considered. The properties of Golovach function which associates each nonnegative number ε with ε -search number are studied. It is known that the Golovach function is piecewise constant, non-increasing and right-continuous. Golovach and Petrov proved that Golovach function for a complete graph with more than 5 nodes may have not-unit jumps. The jumps of Golovach function for the case of trees are considered. The examples of trees that disprove the conjecture that Golovach function for any planar graph has only unit jumps are given. The assertion that Golovach function for trees consisting of no more than 27 edges has only unit jumps is proven. The same assertion is proven for trees containing no more than 28 edges and vertices with degrees no more than 3. The given counter-examples have the minimum number of edges.

We can ask about a graph with degenerate Golovach function: do exist arbitrarily small variations of lengths of its edges such that Golovach function for “deformed” graphs has no non-unit jumps. The author constructed appropriate variations for counter-examples mentioned above.

Keywords: guaranteed search, team of pursuers, evader, ε -capture, search numbers, Golovach function, unit jumps.

Bibliogr. 4 references. Fig. 5.

UDK 519.651,519.652

Daugavet V. A., Kireyeva M. V. **Approximation of function of two variables by the product of functions of one variable in a given region** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 3. P. 13–21.

The problem of uniform approximating the continuous function of two variables by the product of continuous functions of one variable on some region D is considered. So far this problem had been investigated only on a rectangular region $D = U \times V$, where U and V are the compact sets. There is exist the algorithm to arrive at a solution of this problem in discrete case. An algorithm, which in certain cases allows us to construct an approximate solution of the problem on a given region (not necessarily rectangular), is proposed. The approximate solution is constructed as interpolating natural splines. The splines are constructed by means of discrete approximation. Depending on the degree of splines the problem can be solved in the classes of functions with appointed degree of smoothness.

The double-ended estimate for best approximation is constructed in addition. A method to make solution and double-ended estimate more precise is also proposed. Examples of approximating the function by the product of continuous functions on the ring and by the product of twice continuously differentiable functions on the region bounded by the ellipse are given.

Keywords: approximation of functions, interpolating splines, discrete approximation.

Bibliogr. 7 references. Fig. 3.

UDK 517.929

Zuber I. E. **The synthesis of invariant stabilized discrete uncertain systems** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 3. P. 22–25.

The discrete n -order control system with exterior disturbance is considered. The elements of system matrix are functionals of arbitrary origin. The matrix of visualization is constant and has an arbitrary dimension $m \times n$. The synthesis of control providing an independence of system output

σ_k from exterior disturbance ψ_k and

$$\sigma_{k+1} = \beta\sigma_k, \quad 0 < \beta < 1, \quad \sigma_k \in \mathbb{R}^m$$

is performed. Formed control provides the fulfillment following condition

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} \|x_n\| \leq \gamma_0 \limsup_{n \rightarrow \infty} |\psi_n|,$$

where x_n is state vector of system. The developed method is used for invariant stabilization of 3 classes of uncertain systems, which were not previously considered.

Keywords: uncertain systems, discrete systems, invariant control.

Bibliogr. 9 references.

UDK 519.214

Korchevsky V. M., Petrov V. V. On the strong law of large numbers for sequences of dependent random variables // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 3. P. 26–30.

New sufficient conditions for the applicability of the strong law of large numbers are established for sequences of random variables without the independence conditions. Results on strong stability of sums of dependent random variables are also obtained. No certain type of dependence between random variables of a sequence is assumed. Only conditions related to moments of random variables and their sums are used. It is shown that the results obtained are unimprovable in certain sense. These results are generalizations of some results of N. Etemadi proved under more restrictive conditions.

Keywords: strong law of large numbers, sequences of dependent random variables, stability of sums of random variables.

Bibliogr. 6 references.

UDK 519.71

Leonov G. A., Kuznetsov N. V., Bragin V. O. About Aizerman's and Kalman's problems // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 3. P. 31–47.

Aizerman's and Kalman's conjunctures on stability of nonlinear control systems stimulated the development of methods for detecting hidden periodic oscillations in multidimensional dynamical systems.

In the fifties of the twentieth century, V. A. Pliss developed an analytical method to detect periodic oscillations in the systems of third order, satisfying the conditions of the generalized Routh–Hurwitz.

It turned out that such a generalized method V. A. Pliss can be considered as some special version of the method of describing functions in the critical case. Combined with the computational procedures, based on applied bifurcation theory, this method allowed to obtain new classes of systems for which incorrect hypotheses Aizerman and Kalman.

In this paper we review the known approaches Fitts, Barabanov, Libre to the construction of counterexamples to hypotheses Aizerman and Kalman and proposes a new efficient analytical-numerical method for constructing such counterexamples. The proposed method is based on the combination of the classical theory of small parameter, bifurcation theory and the method of harmonic linearization. On the basis of the method is carried out numerical construction of a series of counterexamples to these conjectures.

Keywords: Aizerman's conjecture, Kalman's conjecture, absolute stability, periodic solutions, hidden oscillation.

Bibliogr. 18 references. Fig. 27.

UDK 517.518.14

Merkulov A. S., Shirokov N. A. Weighted estimates of Calderon's commutators on complex plane // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 3. P. 48–53.

Let $V(z)$ be a complexvalued function on the complex plane \mathbb{C} satisfying a condition $|V(z) - V(\zeta)| \leq w|z - \zeta|$, $z, \zeta \in \mathbb{C}$ and let $\omega \geq 0$ be a Muckenhoupt A_p weight on \mathbb{C} , i. e. the inequality

$$\left(\frac{1}{|B|} \int_B \omega d\sigma \right) \left(\frac{1}{|B|} \int_B \omega^{-\frac{1}{p-1}} d\sigma \right)^{p-1} \leq c_0$$

holds for any disk B , $|B| = \sigma(B)$, σ be the Lebesgue measure on \mathbb{C} . We define an operator T_n^* as follows:

$$T_n^* f(z) = \sup_{\varepsilon > 0} \left| \int_{|\zeta-z|>\varepsilon} \left(\frac{V(\zeta) - V(z)}{\zeta - z} \right)^n \frac{f(\zeta)}{(\zeta - z)^2} d\sigma(\zeta) \right|.$$

The main result is the

Theorem. One has the estimate

$$\left(\int_{\mathbb{C}} (T_n^* f)^p \omega d\sigma \right)^{1/p} \leq b(p, n) w^n \left(\int_{\mathbb{C}} |f|^p \omega d\sigma \right)^{1/p}$$

and $b(p, n)$ grows as a power of n .

Keywords: singular integrals, Muckenhoupt weights, Calderon's commutators.

Bibliogr. 3 references.

UDK 51(091)

Osipov V. F. Mathematics and philosophy (about dialectical development of the mathematics) // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 3. P. 54–60.

The joint actions and synthesis of mutual opposite elements of cogitative activity of the mathematician are considered in the article. The basic attention is given to such opposite elements, as logic and intuition, a generality and concreteness, the analysis and a design. Besides, in issue the dialectic analysis of occurrence of new abstract concepts is given, proceeding directly from our sensual experience or from the abstract concepts already used at the decision of mathematical problems. All reasoning are illustrated by examples, beginning from Euclid and Diofant and finishing at substantiation questions on modern a mathematics level of development.

Keywords: basic, intuition, abstract concept, mathematical problem.

Bibliogr. 13 references.

UDK 517.968.2+517.956

Poborchi S. V. Representation of a solution to the Dirichlet problem in a planar cusp domain in the form of the logarithmic single layer potential // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 3. P. 61–69.

It is known that validity to write a solution to the Dirichlet problem for Laplace equation as a single layer potential $V\varrho$ with unknown density ϱ leads to the equation $V\varrho = f$ for finding ϱ , where f is the Dirichlet boundary data. Let Γ be the boundary of a bounded planar domain with an outward or inward cusp, and let $T(\Gamma)$ denote the space of the traces to Γ of the functions having finite Dirichlet integral over \mathbf{R}^2 . It is shown that the operator $L_2(\Gamma) \ominus 1 \ni \varrho \rightarrow V\varrho|_{\Gamma} \in T(\Gamma)$ is continuous and the operator $\varrho \rightarrow V\varrho - \overline{V\varrho}$ (where \overline{u} designates the average of u on Γ) can be uniquely extended to the isomorphism $\mathcal{V} : (T(\Gamma))^* \ominus 1 \rightarrow T(\Gamma) \ominus 1$ (the symbol $\ominus 1$ refers to the orthogonality to 1). Hence it follows that any function with finite Dirichlet integral, harmonic in

$\mathbf{R}^2 \setminus \Gamma$, is uniquely represented in the form $\text{const} + \mathcal{V}\varrho$, where \mathcal{V} is the isomorphism mentioned above. Thus a solution to the two-sided Dirichlet problem $\Delta u = 0$ in $\mathbf{R}^2 \setminus \Gamma$, $u|_{\Gamma} = f$, $|u(x)| \leq \text{const}$ for $|x| \rightarrow \infty$, can be uniquely written as $\text{const} + \mathcal{V}\varrho$, and ϱ is found from uniquely solvable equation $\text{const} + \mathcal{V}\varrho = f$.

Keywords: Dirichlet problem, Laplace equation, boundary integral equations, logarithmic potential.

Bibliogr. 13 references.

UDK 517.957

Filimonenkova N. V. The estimate of the Hölder constant for weak solutions to m -Hessian equations in closed domain // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 3. P. 70–79.

The paper presents the investigation of the smoothness of weak solutions to Dirichlet problem for m -Hessian equation. Namely, we consider in $\Omega \subset R^n$ a fully nonlinear second order equation

$$\text{tr}_m u_{xx} = f^m,$$

where $\text{tr}_m u_{xx}$ is the summ of all principle minors of the matrix u_{xx} , $1 \leq m \leq n$. Such equation were considered in the papers of 1980s by N. M. Ivochkina, L. Nirenberg, L. Kaffarely, J. Spruck, N. V. Krylov with $f \in C^4(\bar{\Omega})$, $f > 0$. In 1997 N. Trudinger introduced a notion of approximate solution of m -Hessian equation and outlined the proof of its local Hölder regularity if f belongs to one of Lebesgue spaces. This paper contains the analysis of the behaviour of approximate solution to Dirichlet problem near the boundary under assumptions that $f \in L^n(\Omega)$, $f \geq 0$ and $f \in L^p$ with $p \geq n$ near the boundary. It is shown that the solution is approaching to the boundary value with rate d^α where d is the distance to the boundary, $0 < \alpha < 1$. Also the dependence of α on p is described. Besides the paper delivers the most simple proof of Hölder regularity of the weak solution in a closed domain. The results are deduced on the basis of O. A. Ladyzhenskaya & N. N. Uraltseva methods and N. Trudinger approach.

Keywords: m -Hessian equation, approximate solution, Hölder regularity.

Bibliogr. 10 references.

UDK 539.43

Arutyunyan A. R., Arutyunyan R. A. Fatigue fracture criterion based on the latent energy investigations // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 3. P. 80–88.

Statistics shows that the fundamental amount of failures in engineering practice connected with fatigue fractures of materials and structure elements. The fatigue problem is complicated one and it is not solved yet. So the theoretical and experimental investigations of this problem are continued. In this paper the energy approach to formulate fatigue strength criterion is proposed, which is based on the conception of latent energy. The logistic function is used to describe the dependence of latent energy from the value of irreversible deformation. It is assumed that the cyclic strength of metals is defined by the latent energy stored in specimen, when it is reached the critical value in accordance with the logistic curve in a saturation zone. This proposal is used to formulate the fatigue strength criterion. The functions and parameters of received criterion are specified and comparisons with experimental results for axial cyclic tension for sheet aluminum alloy specimens are given. A good agreement of theoretical and experimental curves is received. It is shown that the suggested criterion is capable to describe the frequency dependence of cyclic behavior of metallic materials observed in experiments.

Keywords: fatigue strength criterion, latent energy, power damage parameter, logistic function.

Bibliogr. 34 references. Fig. 2.

UDK 531.3:534.013

Bykov V. G. **Nonstationary behavior of statically unbalanced rotor with the automatic balancer** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 3. P. 89–96.

The mathematical model of a statically unbalanced symmetric rotor equipped with a ball autobalancing mechanism (ABB) is constructed as the system of the equations in the complex form. Amplitude-frequency and phase-frequency characteristics are constructed for a steady-state unbalanced mode. A series of calculations of various modes of non-stationary passage through the critical speed both in cases of fulfillment of necessary condition of autobalancing, and in case of its violating is lead. It is shown, that in all of examined variants the maximal amplitudes of non-stationary movement of a rotor with ABB can surpass a maximum of amplitude of a stationary mode. Influence of viscous friction in ABB on process of an establishment of the balanced mode is investigated. The effect of quickly rotating balancing balls arising in resonant area in case of insufficient damping in ABB is found out.

Keywords: Autobalancing device, nonbalanced rotor, passing through the critical speed.

Bibliogr. 10 references. Fig. 6. Tabl. 1.

UDK 531

Melnikov V. G. **Inertia tensor matrixes and centres of weights identification on reversively symmetric precession motions** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 3. P. 97–104.

The problem of inertia tensors and centres of weights for slid bodies on spherical biaxial motions with a constant transfer relation between angular precession and own rotation in the conditions of energy dissipation is considered. To a slowed down uncontrollable motion in a positive direction the symmetric program motion in the opposite direction is attached. The design formulas, not containing unknown dissipation, are obtained.

Keywords: reversive-symmetric motion, precession, own rotation, inertia tensor, centre of weights.

Bibliogr. 14 references. Fig. 3.

UDK 539.3

Platonov V. V. **The stability of the transversely isotropic spherical shell under the normal dynamic loading** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 3. P. 105–110.

The possibility of fundamentally new forms of buckling in transversely isotropic spherical shell under dynamic normal loading is investigated in this paper. The problem based on the classical theory and the improved theory is examined. The theory that take into consideration transverse shear deformations according to S. A. Ambartsumian is used. The complete system of solutions equation of motion of a spherical shell is constructed. Buckling formes and natural oscillation frequencies in both solutions are determined. The numerical calculation of natural oscillation frequencies is represented, which shows the influence within the parameters of the transverse shear stiffness for a transversely isotropic material.

Keywords: Forms of buckling, transversely isotropic spherical shell, dynamic normal loading, improved theory.

Bibliogr. 8 references. Fig. 1. Tabl. 2.

UDK 539.3,517.928

Slesarenko V. Y., Stepanov A. B., Filippov S. B. **Buckling of an annular plate subjected to a radial compressive load** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 3. P. 111–119.

Buckling of an annular plate under action of the uniformly distributed radial compressive load is considered. If radial load is applied to an inner edge of a plate then hoop stresses appear tensile and the buckling mode is axisymmetric. In the case when radial load acts on the external edge,

there are the compressing hoop stresses causing buckling of a plate with the appearance of waves in the hoop direction.

An annular plate can be considered as model of the supporting frame of the shell. In this connection the boundary conditions corresponding the attaching of a frame are of interest. It is supposed that the loaded edge of a plate is built in and other edge is free or supported by a circular beam. By the solution of the equations describing axisymmetric deformation of a plate in its plane, expressions for initial efforts are received. The boundary value problem for system of the buckling equations of a annular plate generally has no analytical solution. For a calculation of critical loadings and buckling modes the method of shooting is used.

The plate is called narrow if the ratio of its width to the radius of the loaded edge is small. For the buckling analysis of a narrow plate an asymptotic method is used. The simple approximate formulas for calculation of critical loads and buckling modes are received. Comparison asymptotic and numerical results shows, that the error of the approximate formulas quickly decreases with reduction of the plate width. The suggested asymptotic method can be used for any uniform boundary conditions at plate edges.

Keywords: annular plate, buckling, boundary value problem, asymptotic method.

Bibliogr. 7 references. Fig. 3.

UDK 521.1:517.958

Antonov V. A., Sudov L. N., Kholshchikov K. V. Solution of the kinematical equation for a case of near parabolic motion: coefficients properties of formal series // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 3. P. 120–127.

Kinematical equation (analog of Kepler equation) for the unperturbed near parabolic motion connecting true anomaly θ (determining a position on the orbit), dimensionless time y , and eccentricity e may be presented in the form of an equation $2y/3 = F(x, z)$ with a small parameter $z = \sqrt{\mu}$, $\mu = (1 - e)/(1 + e)$, $x = \text{tg}(\theta/2)$. The quantity F depends on its arguments via rational and inverse trigonometrical functions. We have found the solution of this equation earlier as a series in powers of μ . Here we establish main properties of the inverted series general term being a function of y , and more precisely of an auxiliary variable x_0 which is the solution of the cubic equation $x_0 + x_0^3/3 = 2y/3$. The convergence domain and the inverted series general term estimates will be given in the next paper.

Keywords: Kepler equation, near parabolic motion, small parameter, power series, Cauchy inequality, asymptotics.

Bibliogr. 8 references.

UDK 52-14

Nabokov N. V. Galaxy size evolution, based on 10KzCOSMOS data catalog // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 3. P. 128–131.

The galaxy linear size evolution parameter was obtained for different morphological types and luminosities within the frame of Friedmann models with different density parameters. The observational data from 10KzCOSMOS and morphological COSMOS catalogues are used.

Keywords: cosmology, distant galaxies, redshifts.

Bibliogr. 6 references.

UDK 533.6.011

Matveev S. K., Uskov V. N. Isaac Pavlovich Ginzburg. To the 100-th anniversary // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 3. P. 132–137.

This article is devoted to the 100-th anniversary of the outstanding scientist, professor Isaac Pavlovich Ginzburg, and describes the main stages of his scientific and educational work. After graduating from the Mathematics and Mechanics faculty of the Leningrad State University in 1931,

he mostly worked in the Leningrad University, as well as in the Leningrad Institute for Military Mechanics. The main achievement of Ginzburg as an educator was supervising 123 Candidate and about 30 Doctoral dissertations. His contribution to science includes creation of the theory for the fluids and gas resistance and also his theoretical and experimental results on supersonic jet flows. These results were employed in developing space and aviation technologies.

Keywords: theory of fluid and gas resistance, supersonic jets, scientist, educator.

Bibliogr. 3 references. Fig. 1.

UDK 533.6.011

Matveev S. K., Uskov V. N. Viktor Georgievich Dulov. To the 80-th anniversary // Vestnik St. Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 3. P. 138–141.

The article describes the life and scientific work of the talented scientist, remarkable educator and scientific organizer, corresponding member of the Soviet and Russian Academy of Sciences, V. G. Dulov (1929–2001). After graduating from the Leningrad State University, and working an associated professor in the Leningrad Institute for Military Mechanics, he devoted most of his life to Siberia. He worked at the Institute for Theoretical and Applied Mechanics in Novosibirsk and then was the director of this Institute, and he was the founder and director of the Krasnoyarsk Computing Center. V. G. Dulov taught and headed scientific departments at the universities of these cities, wrote a number of excellent textbooks and monographs. He was specialist in hypersonic aerodynamics and supersonic jets and participated in the development of new technologies, for which he was awarded the State prize.

Keywords: scientist, educator, hypersonic aerodynamics, supersonic jets.

Bibliogr. 2 references. Fig. 1.

CONTENTS

Mathematics

<i>Abramovskaya T. V.</i> Nontrivial discontinuities of Golovach function for trees	3
<i>Daugavet V. A., Kireyeva M. V.</i> Approximation of function of two variables by the product of functions of one variable in a given region	13
<i>Zuber I. E.</i> The synthesis of invariant stabilized discrete uncertain systems	22
<i>Korchevsky V. M., Petrov V. V.</i> On the strong law of large numbers for sequences of dependent random variables	26
<i>Leonov G. A., Kuznetsov N. V., Bragin V. O.</i> About Aizerman's and Kalman's problems	31
<i>Merkulov A. S., Shirokov N. A.</i> Weighted estimates of Calderon's commutators on complex plane ..	48
<i>Osipov V. F.</i> Mathematics and philosophy (about dialectical development of the mathematics) ...	54
<i>Poborchii S. V.</i> Representation of a solution to the Dirichlet problem in a planar cusp domain in the form of the logarithmic single layer potential	61
<i>Filimonenkova N. V.</i> The estimate of the Hölder constant for weak solutions to m -Hessian equations in closed domain	70

Mechanics

<i>Arutyunyan A. R., Arutyunyan R. A.</i> Fatigue fracture criterion based on the latent energy investigations	80
<i>Bykov V. G.</i> Nonstationary behavior of statically unbalanced rotor with the automatic balancer ...	89
<i>Melnikov V. G.</i> Inertia tensor matrixes and centres of weights identification on reversively symmetric precession motions	97
<i>Platonov V. V.</i> The stability of the transversely isotropic spherical shell under the normal dynamic loading	105
<i>Slesarenko V. Y., Stepanov A. B., Filippov S. B.</i> Buckling of an annular plate subjected to a radial compressive load	111

Astronomy

<i>Antonov V. A., Sudov L. N., Kholshchevnikov K. V.</i> Solution of the kinematical equation for a case of near parabolic motion: coefficients properties of formal series	120
<i>Nabokov N. V.</i> Galaxy size evolution, based on 10KzCOSMOS data catalog	128

Chronicle

<i>Matveev S. K., Uskov V. N.</i> Isaac Pavlovich Ginzburg. To the 100-th anniversary	132
<i>Matveev S. K., Uskov V. N.</i> Viktor Georgievich Dulov. To the 80-th anniversary	138

Abstracts	149
------------------------	-----