

# ВЕСТНИК

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

Серия 1  
Выпуск 4

2010  
Декабрь

МАТЕМАТИКА  
МЕХАНИКА  
АСТРОНОМИЯ

НАУЧНО-ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ. ИЗДАЕТСЯ С АВГУСТА 1946 ГОДА

## СОДЕРЖАНИЕ

### МАТЕМАТИКА

<i>Антонов В. А.</i> , <i>Холшевников К. В.</i> , <i>Шайдуллин В. Ш.</i> Об оценке производной от многочлена Лежандра.....	3
<i>Бегун Н. А.</i> , <i>Пилгогин С. Ю.</i> Аналоги теорем Такенса для обобщенных действий группы $\mathbb{Z}^\infty$ .....	10
<i>Зубер И. Е.</i> , <i>Гелиг А. Х.</i> Задачи инвариантности и отслеживания для некоторых классов дискретных систем с запаздыванием.....	17
<i>Ермаков С. М.</i> Параметрически разделимые алгоритмы.....	25
<i>Корчевский В. М.</i> Об условиях применимости усиленного закона больших чисел к последовательностям независимых случайных величин.....	32
<i>Корман И. Н.</i> Устойчивые множества в кооперативных играх с ограниченной структурой коммуникации.....	36
<i>Костырев И. И.</i> Об алгоритмической разрешимости проблемы распознавания предиката аннулирования второго рода для многообразий полугрупп.....	45
<i>Крым В. Р.</i> Поля Якоби для неголомомного распределения.....	51
<i>Леонов Г. А.</i> , <i>Кузнецов Н. В.</i> , <i>Вагайцев В. И.</i> Локализация скрытых аттракторов обобщенной системы Чуа на основе метода гармонического баланса.....	62
<i>Москалева Н. М.</i> О двух численных схемах метода Монте-Карло для решения уравнения Больцмана.....	77
<i>Некруткин В. В.</i> , <i>Румянцев Н. А.</i> Искусственные монте-карловские взаимодействия для решения некоторых линейных задач.....	85
<i>Родников А. О.</i> , <i>Самокиш Б. А.</i> Разностный метод в одной задаче дифракции: методика внутреннего граничного условия.....	92



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ОСНОВАН В 1724 ГОДУ  
1824 – ГОД ВЫХОДА В СВЕТ ПЕРВОГО ИЗДАНИЯ УНИВЕРСИТЕТА

© Авторы статей, 2010

© Издательство  
Санкт-Петербургского  
университета, 2010

## МЕХАНИКА

<i>Бауэр С. М., Воронкова Е. Б., Тилляев А. С.</i> О зависимости объем-давление для глазного яблока .....	106
<i>Быков В. Г., Мельников А. Е.</i> Математическая модель гибкого ротора на основе обобщенных лагранжевых координат .....	110
<i>Ермаков А. М.</i> Большие деформации ортотропной сферической оболочки под действием внутреннего давления.....	119
<i>Лашков В. А.</i> Коэффициент восстановления скорости при прямом ударе.....	127

## АСТРОНОМИЯ

<i>Павловский К. С.</i> Моделирование полей скоростей пекулярных галактик.....	137
--	-----

## ХРОНИКА

<i>Холшевников К. В., Осипков Л. П.</i> Памяти В. А. Антонова.....	145
<i>Даль Ю. М., Шамина В. А.</i> Климентий Феодосьевич Черных (к 85-летию со дня рождения).....	146
Рефераты .....	148
Abstracts .....	154
Перечень статей .....	160
Contents.....	163

## РЕФЕРАТЫ

УДК 517.586

**Антонов В. А.**, Холшевников К. В., Шайдулин В. Ш. **Об оценке производной от многочлена Лежандра** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 4. С. 3–9.

Известны оценки производной от многочлена Лежандра на промежутке ортогональности  $-1 \leq x \leq 1$  вида

$$\left| (1-x^2)^\alpha dP_n(x)/dx \right| < A(n+a)^\delta.$$

Так,  $\delta = 2$ ,  $A = 1/2$  при  $\alpha = 0$ ;  $\delta = 1/2$ ,  $A = \sqrt{2/\pi} = 0.797885$  при  $\alpha = 1$ . В обоих случаях константы  $\delta$ ,  $A$  неулучшаемы. При  $\alpha = 3/4$  в литературе встречается оценка  $\delta = 1/2$ ,  $A = \sqrt{4/\pi} = 1.128379$ . Здесь мы нашли точные значения основных констант при  $\alpha = 3/4$ :

$$\delta = \frac{1}{2}, \quad A = \max_{0 \leq t < \infty} \sqrt{t} J_1(t) = 0.825031,$$

где  $J_1$  — функция Бесселя. Допустимо принять  $a = 2/3$  для всех  $n \geq 0$ . Нижняя грань значений  $a$ , для которых обсуждаемое неравенство справедливо для всех достаточно больших  $n$ , равна  $1/2$ , но само значение  $a = 1/2$  не допускается.

*Ключевые слова:* многочлен Лежандра, асимптотика, рекуррентность.

Библиогр. 7 назв. Ил. 1.

УДК 517.9

Бегун Н. А., Пилюгин С. Ю. **Аналоги теорем Такенса для обобщенных действий группы  $\mathbb{Z}^\infty$**  // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 4. С. 10–16.

Мы вводим понятие обобщенного действия группы  $\mathbb{Z}^\infty$  на топологическом пространстве, порожденного произвольным счетным набором попарно коммутирующих гомеоморфизмов, и изучаем обобщенные орбиты такого действия. Доказаны аналоги теорем Такенса о типичности максимальной и минимальной  $\epsilon$ -эквивалентности для таких действий.

*Ключевые слова:* обобщенное действие, обобщенная орбита, максимальная и минимальная эквивалентность.

Библиогр. 6 назв.

УДК 517.929

Зубер И. Е., Гелиг А. Х. **Задачи инвариантности и отслеживания для некоторых классов дискретных систем с запаздыванием** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 4. С. 17–24.

Рассматривается система

$$x_{k+1} = A_k x_k + \sum_{s=1}^l A_k^{(s)} x_{k-m_s} + B_k^{(1)} u_k^{(1)} + B_k^{(2)} u_k^{(2)} + g_k$$

с возмущением  $g_k \in \mathbb{R}^n$  и выходом  $z_k = C x_k$ , где  $A_k, A_k^{(s)} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $B_k^{(1)} \in \mathbb{R}^{n \times p}$ ,  $B_k^{(2)} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ ,  $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$ . С помощью построения специального функционала Ляпунова–Красовского синтезированы управления  $u_k^{(1)}$  и  $u_k^{(2)}$ , при которых выполняются свойства

$$z_{k+1} = q z_k, \quad 0 < q < 1 \quad (\text{инвариантность выхода})$$

и

$$\overline{\lim}_{k \rightarrow \infty} |x_k| \leq \varkappa \overline{\lim}_{k \rightarrow \infty} |g_k|.$$

В случае, когда  $g_k \equiv 0$  и задан отслеживаемый сигнал  $\psi_k \in \mathbb{R}^p$ , синтезированы управления  $u_k^{(1)}$  и  $u_k^{(2)}$ , при которых  $|z_k - \psi_k| \rightarrow 0$  при  $k \rightarrow \infty$ .

*Ключевые слова:* дискретные системы, инвариантное управление, задача отслеживания, стабилизация.

Библиогр. 10 назв.

УДК 519.71

Ермаков С. М. **Параметрически разделимые алгоритмы** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 4. С. 25–31.

В работе вводится понятие параметрически разделимых алгоритмов (п.р.-алгоритмов), характерных тем, что решение исходной задачи может находиться параллельно на большом числе процессоров с малым числом обменов данными в процессе решения. К числу этих алгоритмов относятся многие алгоритмы численного интегрирования, методов Монте-Карло, квази Монте-Карло и др.

В работе показано, что к числу п.р.-алгоритмов, в частности, относятся стохастические и квазистохастические алгоритмы решения систем линейных алгебраических уравнений, особенно эффективные при большом числе неизвестных. Анализируется п.р.-вариант методов введения предобусловливателя. Подробно рассмотрен случай сеточного аналога уравнения Лапласа при использовании метода верхней релаксации.

*Ключевые слова:* методы Монте-Карло, квази Монте-Карло, системы линейных алгебраических уравнений, параллельные вычисления, метод верхней релаксации.

Библиогр. 10 назв.

УДК 519.214

Корчевский В. М. **Об условиях применимости усиленного закона больших чисел к последовательностям независимых случайных величин** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 4. С. 32–35.

Исследована связь между условием Колмогорова и условием Петрова в теоремах об усиленном законе больших чисел для последовательности независимых случайных величин  $X_1, X_2, \dots$  с конечными дисперсиями. Соотношение  $(S_n - ES_n)/n \rightarrow 0$  п.н. имеет место (здесь  $S_n = \sum_{k=1}^n X_k$ ), если  $\sum_{n=1}^{\infty} DX_n/n^2 < \infty$  (условие Колмогорова) или  $DS_n = O(n^2/\psi(n))$  для некоторой положительной неубывающей функции  $\psi(x)$  такой, что  $\sum 1/(n\psi(n)) < \infty$  (условие Петрова). Показано, что условие Колмогорова является следствием условия Петрова. При некоторых дополнительных ограничениях условие Петрова является следствием условия Колмогорова.

*Ключевые слова:* усиленный закон больших чисел, последовательности независимых случайных величин.

Библиогр. 5 назв.

УДК 519.834

Корман И. Н. **Устойчивые множества в кооперативных играх с ограниченной структурой коммуникации** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 4. С. 36–44.

Для фиксированного связного неориентированного графа  $\varphi$  с множеством вершин  $N$  рассматриваются кооперативные игры  $(N, v)$ , в которых игроки могут создать коалицию только в случае, когда соответствующие им вершины в графе  $\varphi$  образуют связный подграф. Для таких игр изучаются два обобщения устойчивого множества  $M_1^i$ , введенного Ауманом и Машлером.

Для каждого обобщения получены необходимые и достаточные условия на граф  $\varphi$ , гарантирующие непустоту обобщенного устойчивого множества для любой игры  $(N, v)$ .

*Ключевые слова:* кооперативные игры, устойчивое множество, игры на графах.

Библиогр. 10 назв. Ил. 1.

УДК 512.531.6

Костырев И. И. **Об алгоритмической разрешимости проблемы предиката аннулирования второго рода для многообразий полугрупп** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 4. С. 45–50.

Объектом исследования в данной работе является предикат аннулирования второго рода:  $\alpha: (a, b) \in \alpha \iff ab = ba = a, b^2 = b$ . В настоящей статье мы даём полное описание на языке тождеств многообразий полугрупп, финитно аппроксимируемых относительно данного предиката. Другой аспект данной статьи — это проблема алгоритмической разрешимости предиката. Решение этой задачи связано с конечными полугруппами, отсутствие которых в многообразии есть условие существования соответствующего алгоритма. Доказательство опирается на результаты М. Петрича, А. И. Мальцева, Э. А. Голубова, М. В. Сапира, С. И. Кублановского.

*Ключевые слова:* полугруппа, финитная аппроксимируемость, предикат аннулирования второго рода, алгоритмическая разрешимость.

Библиогр. 10 назв.

УДК 514.752.8:514.822

Крым В. Р. **Поля Якоби для неголономного распределения** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 4. С. 51–61.

Вариационная задача с неголономными ограничениями была подробно рассмотрена Г. А. Блиссом. Распределение является частным случаем этой теории. В настоящей работе рассмотрены горизонтальные геодезические на многообразии с плоской метрикой и с постоянным тензором неголономности. Доказано, что классическая «присоединённая задача» приводит к появлению сопряжённых точек, не связанных с потерей оптимальности. Вторая вариация функционала длины (или энергии) допустимых (горизонтальных) геодезических для распределения на гладком многообразии выражена через тензор кривизны распределения.

*Ключевые слова:* неголономные распределения, линейная связность, тензор кривизны, уравнение Якоби, индексная форма, субриманова геометрия, метод Эйлера–Лагранжа.

Библиогр. 18 назв. Ил. 1.

УДК 531.36:534.1

Вагайцев В. И., Кузнецов Н. В., Леонов Г. А. **Локализация скрытых аттракторов обобщенной системы Чуа на основе метода гармонического баланса** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 4. С. 62–76.

Цепи Чуа, предложенные Леоном Чуа в 1983 году, являются простейшими электрическими цепями, демонстрирующими режимы хаотических колебаний. Системы дифференциальных уравнений, описывающие поведение цепей Чуа, являются трехмерными автономными динамическими системами со скалярной нелинейностью. В стандартной системе Чуа происходит классическое возбуждение хаотических колебаний: стартуя из окрестности неустойчивого нулевого положения равновесия, после переходного процесса траектория системы стремится к аттрактору Чуа.

В настоящей работе рассматриваются обобщенные системы Чуа (т. е. системы Чуа с локально устойчивым положением равновесия). В таких системах вышеописанный способ обнаружения аттракторов не работает. В 2008 году Г. А. Леоновым был предложен аналитико-численный метод поиска периодических решений в автономных динамических системах со скалярной нелинейностью. Этот метод основан на соединении стандартного метода гармонического баланса, классического метода малого параметра, теории бифуркаций и численных методов. В данной работе предложенный метод применен для численной локализации скрытых аттракторов обобщенной системы Чуа.

*Ключевые слова:* система Чуа, хаотические аттракторы, гармонический баланс, скрытые колебания.

Библиогр. 12 назв. Ил. 18.

УДК 519.6:533.6.011

Москалева Н. М. **О двух численных схемах метода Монте-Карло для решения уравнения Больцмана** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 4. С. 77–84.

Построены и апробированы две численные схемы метода Монте-Карло для решения задачи Коши для уравнения Больцмана. В основе схем лежит известная связь нелинейного интегрального уравнения со случайным процессом. В статье описаны процедуры моделирования специальных случайных процессов, на траекториях которых вычисляются несмещенные оценки решения. Каждая из схем имеет свою область применения, в которой проявляются ее преимущества. «Сопряженная» схема удобна при вычислении больцмановской функции распределения при больших значениях скорости (на «хвостах»). На примере ВКВ-решения проведено численное исследование применимости предлагаемых схем.

*Ключевые слова:* метод Монте-Карло, уравнение Больцмана, ветвящийся случайный процесс, «прямая» схема, «сопряженная» схема, несмещенная оценка, мажорантное условие, ряд Неймана, траектория молекулы, поколение частиц, моделирование.

Библиогр. 9 назв. Ил. 3. Табл. 2.

УДК 519.264.1:519.676

Некруткин В. В., Румянцев Н. А. **Искусственные монте-карловские взаимодействия для решения некоторых линейных задач** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 4. С. 85–91.

Для решения методом Монте-Карло обыкновенных дифференциальных уравнений относительно вероятностных мер предлагается метод искусственного взаимодействия, в определенных условиях имеющий преимущества над стандартным методом. Проводится теоретическое сравнение трудоемкостей соответствующих алгоритмов. Обсуждаются результаты вычислительных экспериментов.

*Ключевые слова:* метод Монте-Карло, линейные задачи, искусственное взаимодействие, трудоемкость решения.

Библиогр. 7 назв. Табл. 2.

УДК 519.634

Родников А. О., Самокиш Б. А. **Разностный метод в одной задаче дифракции: методика внутреннего граничного условия** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 4. С. 92–105.

Задача о дифракции плоской волны на полуплоскости, покрытой тонким слоем с границей раздела, решается разностным методом. Система разностных уравнений выводится из вариационного принципа. Должно быть присоединено краевое условие на бесконечности — условие излучения, которое трактуется в форме принципа предельного поглощения. Возникающая бесконечная система разностных уравнений редуцируется на конечную часть границы — на границу раздела с помощью методики так называемых внутренних граничных условий в смысле В. С. Рябенского. Для реального нахождения этих условий применяется метод Фурье по одной пространственной переменной в форме рядов Лорана или рядов Фурье по соответствующей переменной, сходящихся либо внутри, либо вне, либо на единичной окружности. Все неизвестные выше верхней границы слоя исключаются с помощью так называемой сеточной функции Грина — разрешающей функции для полуплоскости с условием излучения на бесконечности. Для неизвестных на верхней границе слоя получается уравнение в терминах функции от комплексной переменной типа Винера—Хопфа, которое решается методом факторизации. Факторизация проводится численно: логарифм функции разлагается в двусторонний ряд, который заменяется дискретным рядом Фурье. Замыкающая система относительно неизвестных в окрестности границы раздела имеет порядок, пропорциональный числу точек на

этой границе. После решения этой системы могут быть найдены необходимые характеристики решения.

*Ключевые слова:* дифракция, разностный метод в бесконечной области, внутренние граничные условия, метод Винера—Хопфа.

Библиогр. 8 назв. Табл. 1.

УДК 539.3

Бауэр С. М., Воронкова Е. Б., Типяев А. С. **О зависимости объем-давление для глазного яблока** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 4. С. 106–109.

В работе для эллипсоидальных изотропных оболочек вращения получены зависимости объем—давление по линейной безмоментной теории оболочек, а также выполнено конечно-элементное моделирование задачи в программном пакете ANSYS.

Проводится сравнение решений задачи для оболочек, имеющих до нагружения одинаковый объем, но разные отношения вертикального и горизонтального диаметров. Построенные модели позволяют оценить влияние формы оболочки (степень ее отклонения от сферической), на коэффициент ригидности, характеризующий зависимость объем—давление.

*Ключевые слова:* теория оболочек, внутриглазное давление.

Библиогр. 5 назв. Ил. 3.

УДК 531.3:534.013

Быков В. Г., Мельников А. Е. **Математическая модель гибкого ротора на основе обобщенных Лагранжевых координат** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 4. С. 110–118.

Предложена новая математическая модель неуравновешенного гибкого ротора с распределенной массой на основе введения обобщенных лагранжевых координат, учитывающих формы колебаний упругого тела. Выведены системы обыкновенных дифференциальных уравнений в комплексной форме, полностью описывающие динамику ротора как в неподвижной, так и во вращающейся системах координат. Получены аналитические формулы для расчета амплитудно-частотных характеристик и критических скоростей. Амплитудные кривые, рассчитанные для модели ротора с несомым валом, сравниваются с аналогичными кривыми, полученными на основе модели ротора с невесомым валом. Проведены расчеты нестационарного прохождения роторов с симметричным и несимметричным расположением диска через критические скорости.

*Ключевые слова:* гибкий ротор, лагранжевы координаты, прохождение через критическую скорость.

Библиогр. 11 назв. Ил. 4. Табл. 1.

УДК 539.3

Ермаков А. М. **Большие деформации ортотропной сферической оболочки под действием внутреннего давления** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 4. С. 119–126.

Решается нелинейная задача о напряженно-деформированном состоянии ортотропных сферических оболочек, находящихся под действием внутреннего давления. Такая задача может моделировать поведение корнеосклеральной оболочки глаза при увеличении внутриглазного давления. Моделирование производится с использованием метода последовательных нагружений, при этом на каждом шаге решается задача линейной теории оболочек, учитывающей влияние поперечного сдвига, деформирования в направлении нормали к срединной поверхности и поперечных нормальных напряжений. Задача решается в перемещениях. В результате преобразования основных соотношений получена последовательность систем дифференциальных уравнений восьмого порядка с восьмью граничными условиями. При решении с использованием метода конечных разностей получена картина деформации оболочек при

различных соотношениях модулей упругости. Так же произведено сравнение результатов линейной теории с полученными расчетами.

*Ключевые слова:* сферические оболочки, ортотропия, нелинейная теория оболочек, склера. Библиогр. 8 назв. Ил. 5.

УДК 539.374

Лашков В. А. **Коэффициент восстановления скорости при ударе под углом** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 4. С. 127–136.

При решении задач обтекания поверхности летательного аппарата потоком газа, в котором содержатся твердые частицы, необходимо описать граничные условия для твердой фазы. Как правило, частицы, присутствующие в воздухе, представляют собой мелкие обломки породы, которые обладают весьма высокой твердостью и имеют неправильную форму. Они взаимодействуют со стенками канала или тела под разными углами к поверхности в широком диапазоне скоростей (100–1000 м/с).

В работе обобщаются экспериментальные данные по коэффициентам восстановления скорости при прямом ударе тел. Выполнен поиск безразмерных параметров, определяющих процессы, происходящие на поверхности тела при соударении с частицами, и проанализирована зависимость коэффициента восстановления скорости от выявленных критериев. Получены эмпирические соотношения для коэффициента восстановления скорости для сферического ударника и частиц неправильной формы в широком диапазоне изменения критериев.

*Ключевые слова:* коэффициент восстановления скорости, прямой удар, экспериментальные данные, обобщение, критерии.

Библиогр. 14 назв. Ил. 5.

УДК 52.17

Павловский К. С. **Моделирование полей скоростей пекулярных галактик** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 4. С. 137–144.

В качестве средства отождествления особенностей распределения скоростей в пекулярных галактиках с особенностями распределения плотности предлагается использовать связку из метода самосогласованного поля и итерационного метода. Использовано предположение о компактности объектов на временах порядка времени пересечения. Произведена модификация методов с целью уменьшения их ресурсоёмкости. Предложенные алгоритмы реализованы и протестированы.

*Ключевые слова:* итерационный метод, метод самосогласованного поля.

Библиогр. 6 назв.

## ABSTRACTS

UDK 517.586

**Antonov V. A.**, *Kholshevnikov K. V., Shaidulin V. Sh.* **On estimation of the derivative of the Legendre polynomial** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 4. P. 3–9.

Estimates of the derivative of the Legendre polynomial on the orthogonality segment  $-1 \leq x \leq 1$  of the type

$$\left| (1-x^2)^\alpha dP_n(x)/dx \right| < A(n+a)^\delta$$

are well known. In particular, if  $\alpha = 0$  then  $\delta = 2$ ,  $A = 1/2$ ; if  $\alpha = 1$  then  $\delta = 1/2$ ,  $A = \sqrt{2/\pi} = 0.797885$ . In both cases the constants  $\delta$ ,  $A$  are unimprovable. An estimate  $\delta = 1/2$ ,  $A = \sqrt{4/\pi} = 1.128379$  in case  $\alpha = 3/4$  occurs in literature. Here we have found exact values of main constants if  $\alpha = 3/4$ :

$$\delta = \frac{1}{2}, \quad A = \max_{0 \leq t < \infty} \sqrt{t} J_1(t) = 0.825031,$$

$J_1$  being the Bessel function. It is admissible to adopt  $a = 2/3$  for all  $n \geq 0$ . The set of  $a$ -values for which the inequality under consideration is true for sufficiently large  $n$  has the lower bound equal to  $1/2$ , though the limiting value  $a = 1/2$  is not acceptable.

*Keywords:* Legendre polynomial, asymptotics, recurrence.

Bibliogr. 7 references. Fig. 1.

UDK 517.9

**Begun N. A., Pilyugin S. Yu.** **Analogs of Takens' theorems for generalized actions of the group  $\mathbf{Z}$**  // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 4. P. 10–16.

We introduce the notion of a generalized action of the group  $\mathbb{Z}^\infty$  on a topological space generated by an arbitrary countable family of pairwise commuting homeomorphisms and study generalized orbits of such an action. We prove analogs of Takens' theorems on genericity of maximal and minimal-equivalence for such actions.

*Keywords:* generalized action, generalized orbit, maximal and minimal equivalence.

Bibliogr. 6 references.

UDK 517.929

**Zuber I. E., Gelig A. Kh.** **The problems of invariance and tracing of some classes of discrete systems with delay** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 4. P. 17–24.

The following system

$$x_{k+1} = A_k x_k + \sum_{s=1}^l A_k^{(s)} x_{k-m_s} + B_k^{(1)} u_k^{(1)} + B_k^{(2)} u_k^{(2)} + g_k,$$

with disturbance  $g_k \in \mathbb{R}^n$  and output  $z_k = Cx_k$  is considered. Here  $A_k, A_k^{(s)} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $B_k^{(1)} \in \mathbb{R}^{n \times p}$ ,  $B_k^{(2)} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ ,  $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$ . With the help of construction of the special Lyapunov–Krasovsky functional the controls  $u_k^{(1)}$  and  $u_k^{(2)}$  are synthesized, under which the following properties:

$$z_{k+1} = qz_k, \quad 0 < q < 1 \quad (\text{invariance output})$$

and

$$\overline{\lim}_{k \rightarrow \infty} |x_k| \leq \varkappa \overline{\lim}_{k \rightarrow \infty} |g_k|,$$

are satisfied. In the case when  $g_k \equiv 0$  and the traced signal  $\psi_k \in \mathbb{R}^p$  is given the controls  $u_k^{(1)}$  and  $u_k^{(2)}$  such that  $|z_k - \psi_k| \rightarrow 0$  as  $k \rightarrow \infty$  are synthesized

*Keywords:* discrete systems, invariant control, tracing problem, stabilization.

*Bibliogr.* 10 references.

UDK 519.71

*Ermakov S. M. Parametrically separated algorithms* // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 4. P. 25–31.

In this article we introduce a notion of parametrically separated algorithms (p.s. algorithms) which are characterized by the fact that a solution of the initial problem can be found simultaneously in a large number of processors with few data exchanges in the process of solving. This family of algorithms includes many algorithms for numerical integration, Monte-Carlo and quasi Monte-Carlo algorithms etc. It was shown that stochastic and quasi-stochastic algorithms for solving systems of linear algebraic equations which are especially effective for high-dimensional systems can be considered as p.s. algorithms. P.s. variant of the methods with introduction of precondition is analyzed. The case of discrete analogue of the Laplace equation with the use of the upper relaxation method is thoroughly studied.

*Keywords:* Monte-Carlo methods, quasi Monte-Carlo methods, systems of linear algebraic equations, parallel computations, upper relaxation method.

*Bibliogr.* 10 references.

UDK 519.214

*Korchevsky V. M. On conditions of the applicability of the strong law of large numbers for sequences of independent random variables* // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 4. P. 32–35.

We investigate connections between Kolmogorov's condition and Petrov's one in theorems on the strong law of large numbers for a sequence of independent random variables  $X_1, X_2, \dots$  with finite variances. The relation  $(S_n - ES_n)/n \rightarrow 0$  a.s. holds if  $S_n = \sum_{k=1}^n X_k$  if  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{DX_n}{n^2} < \infty$  (Kolmogorov's condition) or  $DS_n = O(n^2/\psi(n))$  for a positive and non-decreasing function  $\psi(x)$  such that  $\sum \frac{1}{n\psi(n)} < \infty$  (Petrov's condition). We show that Petrov's condition implies Kolmogorov's condition. Under some additional restrictions Kolmogorov's condition implies Petrov's condition.

*Keywords:* strong law of large numbers, sequences of independent random variables.

*Bibliogr.* 5 references.

UDK 519.834

*Korman I. N. Bargaining sets for cooperative games with limited communication structure* // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 4. P. 36–44.

For a fixed undirected connected graph  $\varphi$  with a node set  $N$ , players are able to cooperate just in case they can form a connected subgraph in the graph  $\varphi$ . We consider generalizations of Aumann-Maschler theory of the bargaining set with objections and counter-objections defined between coalitions from a fixed collection  $\mathcal{A}$ .

For a pair of bargaining set generalizations, we obtained both necessary and sufficient conditions on  $\varphi$ , which ensure that each game would have such a generalized bargaining set nonempty.

*Keywords:* cooperative games, bargaining set, limited communication.

*Bibliogr.* 10 references. Fig. 1.

UDK 512.531.6

*Kostyrev I. I.* **On algorithmic resolvability of the predicate of annihilation of sort II for varieties of semigroups** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 4. P. 45–50.

The object of research in this work is the predicate of annihilation of sort II:  $\alpha: (a, b) \in \alpha \iff ab = ba = a, b^2 = b$ . In the present article we give full description of varieties of semigroups finitely approximated under the given predicate in the terms of identities. Another aspect of this article is a problem of algorithmic resolvability of this predicate. Solving this problem concerns finite semigroups, the absence of which in a variety is a condition of existence of a corresponding algorithm. The proof of this fact is based on the results of Petrich M., Maltsev A. I., Golubov E. A., Sapir M. V., Kublanovsky S. I.

*Keywords:* semigroup, finite approximation, predicate of annihilation of sort II, algorithmic resolvability.

Bibliogr. 10 references.

UDK 514.752.8:514.822

*Krym V. R.* **The Jacobi fields for a nonholonomic distribution** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 4. P. 51–61.

A variational problem with nonholonomic constraints was deeply studied by G. A. Bliss. Distributions are a special case of this theory. In this paper the horizontal geodesics on a manifold with flat metric and constant nonholonomic tensor are considered. We prove that the classical «attached problem» leads to conjugate points where optimality is not lost. The second variation of the length (or energy) functional for admissible (horizontal) geodesics on a nonholonomic distribution on a differentiable manifold is written using the curvature tensor of a distribution.

*Keywords:* nonholonomic distributions, linear connection, curvature tensor, Jacobi equation, index form, sub-Riemannian geometry, Euler–Lagrange method.

Bibliogr. 18 references. Fig. 1.

UDK 531.36:534.1

*Vagaytsev V. I., Kuznetsov N. V., Leonov G. A.* **Hidden attractors localization for a generalized Chua's system based on the harmonic balance method** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 4. P. 62–76.

Chua's circuits introduced by Leon Chua in 1983 are the simplest electrical circuits demonstrating chaotic oscillation modes. Systems of differential equations describing behavior of Chua's circuit are three-dimensional autonomous dynamical systems with scalar nonlinearity. In the standard Chua's system the classical excitation of chaotic oscillation occurs: starting from a neighborhood of the unstable zero equilibrium, after a transient process the trajectory reaches a Chua's attractor.

In the current paper generalized Chua's systems (i.e. Chua's systems with the locally stable zero equilibrium) are considered. In such systems the method for detecting attractors introduced above fails. An analytically-numerical method for finding periodical oscillations in autonomous dynamical systems with scalar nonlinearity was developed by G.A. Leonov in 2008. This method is based on the unification of the standard harmonic balance method, the classical method of a small parameter, the bifurcation theory and numerical methods. In this paper the specified method is applied for numerical localization of hidden attractors of the generalized Chua's system.

*Keywords:* Chua's system, chaotic attractors, harmonic balance, hidden oscillations.

Bibliogr. 12 references. Fig. 18.

UDK 519.6:533.6.011

*Moskaleva N. M.* **On two numerical schemes of the Monte-Carlo method for solving the Boltzmann equation** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 4. P. 77–84.

Two schemes of the Monte-Carlo method for solving a Cauchy problem of the Boltzmann equation are constructed and approbated. The numerical schemes are based on the connection of a nonlinear integral equation with a random process. The procedures of simulating the special modification of random processes, on the trajectories of which the unbiased estimates of the solution are computed, are described. Each of these schemes has an area wherein its advantage is realized. The «conjugate» scheme is convenient for computing the Boltzmann distribution function in the case of great values of the velocity (on «tails»). On the example of the BKW-solution the computational investigation of the satisfiability of these schemes is performed.

*Keywords:* Monte-Carlo method, Boltzmann equation, branching random process, «direct» scheme, «conjugate» scheme, unbiased estimates, majorant condition, Neumann series, trajectory of molecule, generation of particles, simulation.

Bibliogr. 9 references. Fig. 3. Tabl. 2.

UDK 519.254.1:519.676

*Nekrutkin V. V., Rumyantsev N. A.* **Artificial Monte Carlo interactions for linear problems** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 4. P. 85–91.

A variant of interacting multidimensional Markov process is proposed for Monte Carlo solution of linear differential equations for probability measures. Under certain conditions, this process provides better results than a standard method. Theoretical results on complexities of the corresponding estimates are presented. The results of computational experiments are discussed.

*Keywords:* Monte Carlo methods, linear equations, artificial interactions, complexity.

Bibliogr. 7 references. Tabl. 2.

UDK 519.634

*Rodnikov A. O., Samokish B. A.* **Difference method in one diffraction problem: technique of internal boundary condition** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 4. P. 92–105.

The problem of diffraction of a plane wave on the half-plane covered by a thin layer with a boundary is solved by the difference method. System of difference equations is obtained from the variational principle. The boundary condition at the infinity — a condition of radiation, which is interpreted in the form of the principle of limiting absorption should be merged. The resultant infinite system of difference equations is reduced at the finite part of the boundary using the technique of so-called internal boundary conditions in sense of V. S. Ryaben'kii. For a real find of these conditions the Fourier method for the one space variable is applied in the form of Laurent series or Fourier series for the corresponding variable, converging either inside or outside or on the unit circle. All the unknowns upper limit of the layer are eliminated by the so-called grid Green function — a resolving function for the half-plane with the radiation condition at the infinity. For the unknowns at the upper boundary of the layer equation is obtained in terms of the function of complex variable of the Wiener–Hopf type which is solved by the factorization method. Factorization is carried out numerically: the logarithm function is expanded in a bilateral series, which replaced by a discrete Fourier series. Switching system with respect to unknowns in the vicinity of the boundary is of order proportional to the number of points on this boundary. After solving this system necessary characteristics of the solution can be found.

*Keywords:* diffraction, difference method in an infinite domain, internal boundary conditions, Wiener–Hopf method.

Bibliogr. 8 references. Tabl. 1.

UDK 539.3

*Bauer S. M., Voronkova E. B., Tipyasev A. S.* **On Pressure-Volume relationship for a human eye shell** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 4. P. 106–109.

The relationship «pressure—volume» is obtained for an eyeball shell, which is modeled as an ellipsoidal isotropic shell. The relationship is obtained by means of linear membrane (momentless) shell theory and by means finite element modeling with ANSYS.

The results are obtained for shells of revolution, which have equal initial volumes but different shapes (different ratio of vertical and horizontal diameters). Mathematical modeling permits to estimate the effect of the shape of a shell (the deflection from the spherical shape) on the coefficient of rigidity describing the relationship «pressure—volume» for an eyeball.

*Keywords:* theory of shells, intraocular pressure.

Bibliogr. 5 references. Fig. 3.

UDK 531.3:534.1

*Bykov V. G., Melnikov A. E.* **A mathematical model of a flexible rotor using the generalized Lagrangian coordinates** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 4. P. 110–118.

A new mathematical model of an unbalanced flexible rotor with the distributed mass on the basis of introduction of the generalized Lagrangian coordinates taking account of the natural modes of an elastic body is offered. Systems of ordinary differential equations in a complex form, completely describing dynamics of a rotor both in the fixed frame and in the rotating one are derived. Analytical formulas for calculating the amplitude-frequency characteristics and critical speeds are obtained. The amplitude curves calculated for the model of the rotor with a weighty shaft, are compared to the similar curves obtained on the basis of model for the rotor with a weightless shaft. Calculations of non-stationary passage through the critical speeds for rotors with a symmetric and asymmetrical location of a disk are carried out.

*Keywords:* flexible rotor, Lagrangian coordinates, passing through a critical speed.

Bibliogr. 11 references. Fig. 4. Tabl. 1.

UDK 539.3

*Ermakov A. M.* **Large strain of orthotropic spherical shells under internal pressure** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 4. P. 119–126.

We study nonlinear problem of the stress-strain state of orthotropic spherical shells under internal pressure. Such a problem can model the behaviour of a corneoscleral shell of an eye with increasing intraocular pressure. The theory of shells, which takes into account normal and shear stresses and normal strain, is used. We solve the problem in displacements. As a result of transformation of basic relationships of the theory the system of eighth order differential equations with 8 boundary conditions is obtained. Using a finite-difference method the overall picture of deformation of shells for various ratios of moduli of elasticity is obtained. The results of linear theory are compared with the calculated ones.

*Keywords:* spherical shells, orthotropic, nonlinear shells problem, sclera.

Bibliogr. 8 references. Fig. 5.

UDK 539.374

*Lashkov V. A.* **The coefficient of restitution of velocity at the right angle** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 4. P. 127–136.

Solution of streamlining of an aircraft with two-phase flow (air carrying solid particles of dust) needs describing the boundary conditions for a solid phase. Usually the particles that are present in the air constitute of small debris of rock, which have extremely high hardness and irregular shape. They impact walls of a channel or a body at different angles of attack and in a wide range of speeds (100–1000 m/s).

The article is devoted to the generalization of experimental data of coefficients of restitution of velocity at the right angle. Nondimensional parameters which define the processes accompanying the impact of solid particles with the surface of a body are found. The dependence of coefficient of restitution on the discovered parameters is analyzed. The empirical relationships for coefficient of restitution for both sphere and particles of irregular shape have been obtained in a wide range of the criteria.

*Keywords:* coefficient of restitution of velocity, right angle impact, experimental data, generalization, criteria.

Bibliogr. 14 references. Fig. 5.

UDK 52.17

*Pavlovsky K. S. Modeling of velocity fields of peculiar galaxies // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2010. Issue 4. P. 137–144.*

The use of a combination of SCF and iteration methods is suggested as a way to identify speed and mass distribution features in peculiar galaxies given that the objects remain compact on the crossing time scale. An additional modification of the methods has been conducted in order to decrease their resource-intensiveness. The proposed algorithms have been implemented and tested.

*Keywords:* iteration method, self-consistent field method.

Bibliogr. 6 references.

ПЕРЕЧЕНЬ СТАТЕЙ, ОПУБЛИКОВАННЫХ В ЖУРНАЛЕ  
«ВЕСТНИК САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО УНИВЕРСИТЕТА»  
в 2010 году

СЕРИЯ 1: МАТЕМАТИКА, МЕХАНИКА, АСТРОНОМИЯ

Юбилеи

Вып. Стр.

К 70-летию Анатолия Владимировича Яковлева

Анатолий Владимирович Яковлев (к семидесятилетию) . . . . .	1	3–5
Яковлев А. В. О прямых разложениях смешанных абелевых групп . . . . .	1	6–15
Вавилов Н. А., Степанов А. В. Еще раз о стандартной коммутационной формуле . . . . .	1	16–22
Востоков С. В., Ференс-Сороцкий Е. В. Спаривание Гильберта для многочленных формальных групп . . . . .	1	23–27
Генералов А. И. Когомологии Хохшильда алгебр диздрального типа, III: локальные алгебры в характеристике 2 . . . . .	1	28–38
Жуков И. Б. Полуглобальные модели расширений двумерных локальных полей . . . . .	1	39–44
Меркурьев А. С. Периоды главных однородных пространств алгебраических торов . . . . .	1	45–50
Панин И. А. Гипотеза чистоты для редутивных групп . . . . .	1	51–56

К 80-летию кафедры гидроаэромеханики

Буравцев А. И., Матвеев С. К., Нагнибеда Е. А. 80 лет кафедре гидроаэромеханики . . . . .	2	3–18
Кустова Е. В., Нагнибеда Е. А. Кинетическое описание течений неравновесной реагирующей смеси $\text{CO}_2/\text{O}_2/\text{CO}/\text{C}/\text{O}$ в пятитемпературном приближении . . . . .	2	19–30
Лашков В. А. Коэффициент восстановления скорости при ударе под углом . . . . .	2	31–38
Мирошин Р. Н. О некоторых решениях уравнения Колмогорова—Чепмена для марковских процессов с дискретным множеством состояний и непрерывным временем . . . . .	2	39–44
Петров Д. А., Цибаров В. А. Предельная модель влажного торнадо . . . . .	2	45–54
Рыдалевская М. А. Иерархия времен релаксации и модельные кинетические уравнения . . . . .	2	55–62

Математика

Абрамовская Т. В., Петров Н. Н. О некоторых задачах гарантированного поиска на графах . . . . .	2	63–69
Абрамовская Т. В. Нетривиальные разрывы функции Головача для деревьев . . . . .	3	3–12
Антонов В. А., Холшевников К. В., Шайдуллин В. Ш. Об оценке производной от многочлена Лежандра . . . . .	4	3–9
Бегун Н. А., Пиллогин С. Ю. Аналоги теорем Такенса для обобщенных действий группы $\mathbb{Z}^\infty$ . . . . .	4	10–16
Бегун Н. А. О существовании решений, суммируемых с квадратом, для систем с малой нелинейностью . . . . .	2	70–78
Бибиков Ю. Н., Букаты В. Р., Дороденков А. А. Регулярные и сингулярные периодические возмущения осциллятора с кубической восстанавливающей силой . . . . .	2	79–89
Бугайченко Д. Ю., Соловьев И. П. Разработка многокорневых разрешающих диаграмм для целочисленных функций . . . . .	2	90–97
Даугавет В. А., Киреева М. В. Приближение функции двух переменных произведением функций одной переменной в заданной области . . . . .	3	13–21
Ермаков С. М. Параметрически разделимые алгоритмы . . . . .	4	25–31
Зубер И. Е., Гелиг А. Х. Глобальная стабилизация нелинейных систем с помощью квадратичных функций Ляпунова . . . . .	1	57–62
Зубер И. Е., Гелиг А. Х. Задачи инвариантности и отслеживания для некоторых классов дискретных систем с запаздыванием . . . . .	4	17–24
Зубер И. Е., Гелиг А. Х. Инвариантная стабилизация некоторого класса функционально-дифференциальных уравнений . . . . .	2	98–105

<i>Зубер И. Е.</i> Синтез инвариантно стабилизированных дискретных неопределенных систем .....	3	22–25
<i>Иванов А. А.</i> Когомологии Хохшильда алгебр кватернионного типа: серия $Q(2\mathcal{B})_1(k, s, a, c)$ над полем характеристики не 2 .....	1	63–72
<i>Корман И. Н.</i> Устойчивые множества в кооперативных играх с ограниченной структурой коммуникации .....	4	36–44
<i>Корчевский В. М., Петров В. В.</i> Об усиленном законе больших чисел для последовательностей зависимых случайных величин .....	3	26–30
<i>Корчевский В. М.</i> Об условиях применимости усиленного закона больших чисел к последовательностям независимых случайных величин .....	4	32–35
<i>Костырев И. И.</i> Об алгоритмической разрешимости проблемы распознавания предиката аннулирования второго рода для многообразий полугрупп .....	4	45–50
<i>Крым В. Р.</i> Поля Якоби для неголомомного распределения .....	4	51–61
<i>Леонов Г. А., Кузнецов Н. В., Брагин В. О.</i> О проблемах Айзермана и Калмана .....	3	31–47
<i>Леонов Г. А., Кузнецов Н. В., Вагайцев В. И.</i> Локализация скрытых аттракторов обобщенной системы Чуа на основе метода гармонического баланса .....	4	62–76
<i>Меркулов А. С., Широков Н. А.</i> Весовые оценки коммутаторов Кальдерона на комплексной плоскости .....	3	48–53
<i>Москалева Н. М.</i> О двух численных схемах метода Монте-Карло для решения уравнения Больцмана .....	4	77–84
<i>Некруткин В. В., Румянцев Н. А.</i> Искусственные монте-карловские взаимодействия для решения некоторых линейных задач .....	4	85–91
<i>Осипов В. Ф.</i> Математика и философия (о диалектике развития математики) .....	3	54–60
<i>Поборчий С. В.</i> Представление решения задачи Дирихле в плоской области с пиком в виде логарифмического потенциала простого слоя .....	3	61–69
<i>Решетов С. В.</i> Минимаксная оценка псевдо-периодической функции, наблюдаемой на фоне стационарного шума .....	2	106–115
<i>Родников А. О., Самокиш Б. А.</i> Разностный метод в одной задаче дифракции: методика внутреннего граничного условия .....	4	92–105
<i>Филлимоленкова Н. В.</i> Оценка постоянной Гельдера для слабых решений $m$ -гессиа-новских уравнений в замкнутой области .....	3	70–79

## Механика

<i>Арутюнян А. Р., Арутюнян Р. А.</i> Критерий усталости, основанный на результатах исследований по скрытой энергии деформации .....	3	80–88
<i>Бауэр С. М., Воронкова Е. Б., Титяев А. С.</i> О зависимости объем-давление для глазного яблока .....	4	106–109
<i>Быков В. Г., Мельников А. Е.</i> Математическая модель гибкого ротора на основе обобщенных лагранжевых координат .....	4	110–118
<i>Быков В. Г.</i> Нестационарные режимы движения статически неуравновешенного ротора с автобалансирующим механизмом .....	3	89–96
<i>Викторов И. В.</i> Деформация цилиндрической оболочки, армированной нелинейно упругими нитями .....	1	73–76
<i>Греков М. А.</i> Совместная деформация кругового включения и матрицы .....	2	125–133
<i>Ермаков А. М.</i> Большие деформации ортотропной сферической оболочки под действием внутреннего давления .....	4	119–126
<i>Истомин В. А., Кустова Е. В.</i> Коэффициенты переноса атомарного азота и кислорода с учетом электронного возбуждения .....	1	77–86
<i>Латышев А. В., Терещина Т. В., Юшканов А. А.</i> Исследование поперечной диэлектрической проницаемости плазмы с помощью двухпараметрического уравнения .....	1	87–92
<i>Лашков В. А.</i> Коэффициент восстановления скорости при прямом ударе .....	4	127–136
<i>Лужин А. А., Морозов В. А.</i> Иницирование роста трещин при кратковременных импульсных нагружениях .....	2	134–139
<i>Мальков В. М., Малькова Ю. В.</i> Трещина в форме дуги окружности, расположенная вблизи поверхности раздела материалов .....	1	93–104
<i>Мельников В. Г.</i> Идентификация компонент тензора инерции и координат центра масс тела на реверсивно-симметричных прецессиях .....	3	97–104
<i>Морозов В. А.</i> Движение трещины при кратковременных импульсных нагружениях .....	1	105–111

<i>Нездеров А. А., Юшков М. П.</i> Взаимосвязь и единство дифференциальных вариационных принципов механики .....	1	112–126
<i>Платонов В. В.</i> Устойчивость трансверсально изотропной сферической оболочки под действием динамического нормального давления .....	3	105–110
<i>Платонов В. В.</i> Устойчивость трансверсально изотропной сферической оболочки под действием нормального давления .....	2	140–143
<i>Пресняк В. А.</i> Влияние связи вращательной и колебательной энергии двухатомных молекул на их колебательные распределения .....	2	116–124
<i>Слесаренко В. Ю., Степанов А. Б., Филиппов С. Б.</i> Устойчивость кольцевой пластинки под действием радиальных сжимающих усилий .....	3	111–119
<i>Товстик П. Е.</i> Объемная и поверхностная устойчивость трансверсально изотропного материала при сжатии .....	1	127–133
<i>Юшин Р. Ю.</i> О возможности учета пластической анизотропии при изгибе круглых пластин .....	1	134–140

### **Астрономия**

<i>Антонов В. А., Судов Л. Н., Холшевников К. В.</i> Решение кинематического уравнения для близпараболического кеплерова движения: свойства коэффициентов формального ряда .....	3	120–127
<i>Верёвкин К. В., Волков Е. В.</i> Моделирование эволюции спиральных галактик .....	1	141–125
<i>Набоков Н. В.</i> Эволюция размеров галактик на основе данных 10KzCOSMOS .....	3	128–131
<i>Павловский К. С.</i> Моделирование полей скоростей пекулярных галактик .....	4	137–144
<i>Шайдулин В. Ш.</i> Ряд Лапласа для потенциала шарового сектора .....	2	144–151

### **Хроника**

Заседание Секции Дома ученых РАН по теоретической механике им. проф. Н. Н. Поляхова. 28 октября 2009 г. ....	1	126–147
<i>Матвеев С. К., Усков В. Н.</i> Исаак Павлович Гинзбург. К 100-летию со дня рождения .....	3	132–137
<i>Матвеев С. К., Усков В. Н.</i> Виктор Георгиевич Дулов. К 80-летию со дня рождения .....	3	138–141
<i>Холшевников К. В., Осипков Л. П.</i> Памяти В. А. Антонова .....	4	145–146
<i>Даль Ю. М., Шамина В. А.</i> Климентий Феодосьевич Черных (к 85-летию со дня рождения) .....	4	146–147

## CONTENTS

### Mathematics

<b>Antonov V. A.</b> , <i>Kholshevnikov K. V., Shaidulin V. Sh.</i> On estimation of the derivative of the Legendre polynomial.....	3
<i>Begun N. A., Pilyugin S. Yu.</i> Analogs of Takens' theorems for generalized actions of the group $Z$ ...	10
<i>Zuber I. E., Gelig A. Kh.</i> The problems of invariance and tracing of some classes of discrete systems with delay.....	17
<i>Ermakov S. M.</i> Parametrically separated algorithms.....	25
<i>Korchevsky V. M.</i> On conditions of the applicability of the strong law of large numbers for sequences of independent random variables.....	32
<i>Korman I. N.</i> Bargaining sets for cooperative games with limited communication structure.....	36
<i>Kostyrev I. I.</i> On algorithmic resolvability of the predicate of annihilation of sort II for varieties of semigroups.....	45
<i>Krym V. R.</i> The Jacobi fields for a nonholonomic distribution.....	51
<i>Leonov G. A., Kuznetsov N. V., Vagaytsev V. I.</i> Hidden attractors localization for a generalized Chua's system based on the harmonic balance method.....	62
<i>Moskaleva N. M.</i> On two numerical schemes of the Monte-Carlo method for solving the Boltzmann equation.....	77
<i>Nekrutkin V. V., Rumyantsev N. A.</i> Artificial Monte Carlo interactions for linear problems.....	85
<i>Rodnikov A. O., Samokish B. A.</i> Разностный метод в одной задаче дифракции: методика внутреннего граничного условия.....	92

### Mechanics

<i>Bauer S. M., Voronkova E. B., Tipyasev A. S.</i> On Pressure-Volume relationship for a human eye shell.....	106
<i>Bykov V. G., Melnikov A. E.</i> A mathematical model of a flexible rotor using the generalized Lagrangian coordinates.....	110
<i>Ermakov A. M.</i> Large strain of orthotropic spherical shells under internal pressure.....	119
<i>Lashkov V. A.</i> The coefficient of restitution of velocity at the right angle.....	127

### Astronomy

<i>Pavlovsky K. S.</i> Modeling of velocity fields of peculiar galaxies.....	137
--	-----

### Chronicle

<i>Kholshevnikov K. V., Osipkov L. P.</i> In memory of V. A. Antonov.....	145
<i>Dal' Yu. M., Shamina V. A.</i> K. F. Chernykh: Dedicated 85-years of birthday.....	146

<b>Abstracts</b> .....	154
------------------------	-----

<b>List of the articles</b> .....	160
-----------------------------------	-----