

ВЕСТНИК

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

Серия 10
Выпуск 2

2010
Июнь

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА
ИНФОРМАТИКА
ПРОЦЕССЫ УПРАВЛЕНИЯ

НАУЧНО-ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ. ИЗДАЕТСЯ С АВГУСТА 1946 ГОДА

СОДЕРЖАНИЕ

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

<i>Александров А. Ю., Платонов А. В., Чэнь Я.</i> О диссипативности некоторых классов моделей популяционной динамики.....	3
<i>Баринов В. А.</i> Распространение волн по свободной поверхности вязкой жидкости.	18
<i>Демьянович Ю. К., Ле Т. Н. Б.</i> Всплесковое разложение сплайнов эрмитова типа.....	32
<i>Егоров Н. В., Клемешев В. А., Фоменко М. Г.</i> Расчет электростатического поля диодной эмиссионной системы с полевым катодом.....	39
<i>Козловская Н. В., Петросян Л. А., Ильина А. В.</i> Коалиционное решение в задаче сокращения вредных выбросов.....	46
<i>Провоторов В. В.</i> Метод моментов в задаче гашения колебаний дифференциальной системы на графе.....	60
<i>Прудников И. М.</i> Интегральные аппроксимации негладких функций, сохраняющие точки локальных экстремумов.....	70

ИНФОРМАТИКА

<i>Бырков И. А.</i> Пакет программ SELEN для автоматизации создания математических моделей электроэнергетических систем в составе тренажеров.....	84
<i>Котина Е. Д.</i> Программный комплекс «Диагностика» для обработки радионуклидных исследований.....	100
<i>Ожунев В. В.</i> Об одном методе оптимизации фрактального алгоритма сжатия изображений.....	114



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ОСНОВАН В 1724 ГОДУ
1824 - ГОД ВЫХОДА В СВЕТ ПЕРВОГО ИЗДАНИЯ УНИВЕРСИТЕТА

© Авторы статей

© Издательство
Санкт-Петербургского
университета, 2010

<i>Симуни М. Л.</i> Проект системы рефакторинга, ориентированной на программы обработки разреженных матриц.....	122
<i>Терентьев С. В.</i> Об оптимизации реализации алгоритма локализации инвариантных множеств динамических систем.....	129
РЕФЕРАТЫ	137
SUMMARIES	142
CONTENTS	145

РЕФЕРАТЫ

УДК 517.925.51

Александров А.Ю., Платонов А.В., Чень Я. **О диссипативности некоторых классов моделей популяционной динамики** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2010. Вып. 2. С. 3–17.

В работе исследуются некоторые классы моделей динамики популяций. Эти модели описываются существенно нелинейными системами обыкновенных дифференциальных уравнений и являются обобщением классических моделей межвидового взаимодействия типа Лотки–Вольтерра. С помощью прямого метода Ляпунова устанавливаются условия равномерной диссипативности рассматриваемых систем, т. е. условия, при выполнении которых в фазовом пространстве системы существует ограниченная область, такая, что каждое решение за конечное время попадает в эту область и остается в ней при дальнейшем возрастании времени. Задачи такого рода актуальны, например, при прогнозировании изменения численности популяций различных биологических видов в процессе эволюции или при управлении биологическими системами с целью поддержания численностей популяций в заданных пределах. В статье предлагается конструктивный способ построения функций Ляпунова для исследуемых моделей. С помощью данных функций вопрос о равномерной диссипативности сводится к вопросу о существовании положительных решений у вспомогательных систем алгебраических неравенств. Проводится развитие полученных результатов и их обобщение на более широкие классы систем. В частности, изучаются модели, позволяющие учитывать достаточно сложные особенности взаимодействия между несколькими популяциями. Исследуется влияние знаков коэффициентов при слагаемых, входящих в правые части рассматриваемых систем, на получаемые условия диссипативности. Эти знаки определяются характером взаимодействия между различными популяциями в биологическом сообществе (симбиоз, компенсализм, нейтрализм, конкуренция, хищник–жертва). Для решения указанных задач устанавливается критерий отрицательности функций специального вида при достаточно больших по норме значениях аргумента функции. Кроме того, исследуются условия ограниченности решений гибридных моделей межвидового взаимодействия. Рассматриваются системы уравнений, параметры которых переключаются с одного набора значений на другой. Такое переключение может быть связано с изменением условий среды обитания популяций, например с сезонными факторами. Анализ диссипативности систем с переключениями проводится на основе построения общей функции Ляпунова для всех подсистем, определяющих гибридную систему. С помощью данной функции можно не только доказать ограниченность решений, но и получить оценку области диссипативности. Библиогр. 23 назв. Ил. 1.

Ключевые слова: динамика популяций, диссипативность, функции Ляпунова, гибридные системы, обобщенно-однородные функции.

УДК 532.59.032

Баринов В. А. **Распространение волн по свободной поверхности вязкой жидкости** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2010. Вып. 2. С. 18–31.

Рассмотрена задача о гравитационно-капиллярных волнах на свободной поверхности вязкой жидкости. Для плоского движения получено инвариантное динамическое условие на свободной поверхности, связывающее перепад давления и вязкие напряжения. Установлено, что при малых отклонениях свободной поверхности от положения покоя абсолютная величина касательных напряжений на порядок меньше модуля нормальных напряжений. На переднем и заднем склонах волны касательная проекция тензора скачка напряжений имеет противоположные направления. В линейном приближении найдены точное решение задачи, а также выражения для частоты, фазовой скорости и коэффициента затухания волны. Аналитически определено, что волновое движение вязкой жидкости может существовать, если

отношение вязкой частоты к частоте волны для идеальной жидкости не превышает 1.31. Если это отношение меньше 0.46, то для описания волнового движения можно применять модель слабвязкой жидкости. Для такой модели также получено решение. Из него следует, что частота (фазовая скорость) волны для слабвязкой жидкости меньше частоты (фазовой скорости) волны для идеальной жидкости, а декремент затухания совпадает с вязкой частотой, т. е. в 2 раза меньше, чем по теории Ламба. Библиогр. 13 назв. Ил. 2.

Ключевые слова: гравитационно-капиллярные волны, вязкая жидкость, дисперсионные соотношения.

УДК 517. 977. 58

Демьянович Ю.К., Ле Т.Н.Б. **Всплесковое разложение сплайнов эрмитова типа** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 10. 2010. Вып. 2. С. 32–38.

В статье рассматривается всплесковое разложение потоков и строится всплесковое (вэйвлетное) разложение пространств (вообще говоря, неполиномиальных) сплайнов эрмитова типа, при котором производные вычисляются разностями между соседними точками на сетке. Базис этих сплайнов получается из аппроксимационных соотношений при минимальной (почти везде на рассматриваемом промежутке (α, β)) кратности накрытия носителями базисных функций, так что сплайны относятся к классу минимальных. Строятся вэйвлетные разложения и выводятся формулы декомпозиции, реконструкции, основанные на замене производных разностными отношениями. Полученные базисные вэйвлеты имеют компактный носитель, причем добавление двух узлов ведет к увеличению размерности вэйвлетного пространства на две единицы. Как известно, в классической теории вэйвлетов остро стоит вопрос о построении вэйвлетов на отрезке $[\alpha, \beta] \in \mathbf{R}$; в связи с этим заметим, что при предлагаемом подходе все построения распространяются и на случай отрезка $[a, b] \subset (\alpha, \beta)$: достаточно рассмотреть сужение всех обсуждаемых функций на данный отрезок. Библиогр. 9 назв.

Ключевые слова: всплесковое разложение, формулы декомпозиции, реконструкции, базисные вэйвлеты.

УДК 533

Егоров Н.В., Клемешев В.А., Фоменко М.Г. **Расчет электростатического поля диодной эмиссионной системы с полевым катодом** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 10. 2010. Вып. 2. С. 39–45.

Явление полевой электронной эмиссии с плоских поверхностей материалов на основе углерода, таких как пленка алмаза, пленки на основе нанотрубок углерода и аморфного углерода, представляет интерес как с практической точки зрения, ввиду перспективности создания плоских эмиссионных дисплеев и использования их в различных электронных приборах, так и для фундаментальной науки. Обращение к углеродным материалам в эмиссионной электронике было вызвано прежде всего возможностью их применения в условиях технического вакуума. Идеология использования углеродных волокон в полевых катодах базируется на том, что они весьма устойчивы к бомбардировке ионами остаточных газов, имеющей место в приборах с высоковольтным питанием и работающих в условиях технического вакуума; характер распыления их поверхности обеспечивает динамически устойчивую конфигурацию с наличием значительного числа эмиттирующих центров (как было установлено, в указанных условиях эксплуатации одни эмиттирующие центры прекращали свое существование, другие же образовывались вновь); они являются вакуумным материалом. Уже первые сообщения в начале 1970-х годов об электронной эмиссии углеродных материалов (а это были в основном углеродные волокна неизвестных типов) показали принципиальную перспективность таких материалов. За прошедшие годы накоплен огромный экспериментальный материал по изучению эмиссии из углеродных материалов. В связи с этим актуально детальное исследование полевой эмиссии из катодов на основе углеродных нанотрубок. В работе найдено распределение электростатического потенциала, удовлетворяющее уравнению

Лапласа, для диодной эмиссионной системы. Для решения задачи используется метод тройных интегральных уравнений, с помощью которого исходная граничная задача сводится к решению интегрального уравнения Фредгольма второго рода. Распределение потенциала найдено во всей области системы. Библиогр. 8 назв. Ил. 1.

Ключевые слова: полевое острие, полевая эмиссия, электронно-оптическая система, распределение электростатического потенциала.

УДК 517.977.8+519.834

Козловская Н. В., Петросян Л. А., Ильина А. В. **Коалиционное решение в задаче сокращения вредных выбросов** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2010. Вып. 2. С. 46–59.

В статье рассматривается теоретико-игровая модель экологического регулирования. Предложен механизм перераспределения затрат в случае частичной кооперации предприятий, участников игры. Процесс управления выбросами моделируется при помощи дифференциальной игры с коалиционной структурой. Предполагается, что на первой стадии коалиции не кооперируются, а действуют в собственных интересах, как в равновесии по Нэшу. На втором шаге выигрыш каждой коалиции делится между игроками по вектору Шепли, вычисленному для кооперативной игры внутри каждой коалиции. Вектора Шепли образуют PMS-вектор. Найдено коалиционное решение дифференциальной игры, результат работы – вычисление PMS-вектора. Приведено доказательство динамической устойчивости PMS-вектора. Рассматривается вопрос об устойчивости полученного решения против иррационального поведения игроков. Для задачи сокращения вредных выбросов доказано выполнение условия Д. В. К. Янга. Библиогр. 14 назв.

Ключевые слова: дифференциальные игры, кооперативные игры, динамическое программирование, уравнение Гамильтона–Якоби–Беллмана, коалиционное решение, вектор Шепли, равновесие по Нэшу, PMS-вектор.

УДК 519.977.56

Провоторов В. В. **Метод моментов в задаче гашения колебаний дифференциальной системы на графе** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2010. Вып. 2. С. 60–69.

Работа посвящена изучению вопроса отыскания граничных управляющих воздействий в задаче гашения колебательных процессов, которые описываются линейными дифференциальными уравнениями в частных производных на геометрическом графе-дереве, представляющем собой цепочку последовательно соединенных звезд. При этом используется спектральный метод анализа, основанный на достаточно глубоко разработанной спектральной теории краевых задач на графе. Первая часть статьи посвящена анализу структуры множества собственных значений соответствующей задачи Штурма–Луивилля на графе, вопросам полноты (базисности) системы собственных функций в пространстве функций с суммируемым квадратом на графе, а также условиям равномерной сходимости ряда по собственным функциям. Во второй части предложена конструктивная процедура приведения к проблеме моментов относительно успокаивающих граничных воздействий. Библиогр. 8 назв.

Ключевые слова: граничная задача на графе-дереве, гашение колебаний, граничное управление, метод моментов.

УДК 517.9

Прудников И. М. **Интегральные аппроксимации негладких функций, сохраняющие точки локальных экстремумов** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2010. Вып. 2. С. 70–83.

В статье приводится новый нелокальный способ аппроксимации негладких функций, в результате которого получаем дважды дифференцируемые функции, сохраняющие $\varepsilon(D)$ -стационарные точки. С помощью таких функций можно строить методы оптимизации второго порядка, сходящиеся к $\varepsilon(D)$ -стационарным точкам. Описан алгоритм оптимизации, сходящийся

к стационарной точке функции $f(\cdot)$ со сверхлинейной скоростью, т. е. имеющий скорость сходимости более быструю, чем любая геометрическая прогрессия. Библиогр. 12 назв. Ил. 2.

Ключевые слова: липшицевые функции, обобщенные градиенты, субдифференциал Кларка, интегралы Лебега, матрицы вторых производных, ньютоновские оптимизационные методы для липшицевых функций.

УДК 621.311.001.57-50:519.7

Быркoв И. А. **Пакет программ SELEN для автоматизации создания математических моделей электроэнергетических систем в составе тренажеров** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 10. 2010. Вып. 2. С. 84–99.

В статье приведены уравнения математических моделей элементов электроэнергетической системы и показан способ формирования комплексной математической модели. Представлена численная схема полученной модели, реализованная в пакете программ SELEN. Дано краткое описание пакета и продемонстрировано его использование при создании тренажера электроэнергетической системы атомного ледокола «Россия». Библиогр. 6 назв. Ил. 5.

Ключевые слова: электроэнергетическая система, полномасштабный тренажер, электрическая сеть, токи, напряжения, потокоосцепления.

УДК 519.6:004.9

Котина Е. Д. **Программный комплекс «Диагностика» для обработки радионуклидных исследований** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 10. 2010. Вып. 2. С. 100–113.

Радионуклидная диагностика – это активно развивающееся направление медицинской функциональной диагностики. С помощью данного метода возможно определение заболевания на самой ранней его стадии. Развитие радионуклидной диагностики связано не только с развитием аппаратных средств регистрации излучения и созданием новых радиофармпрепаратов, но и с разработкой математических и компьютерных методов обработки получаемой в процессе исследования информации. В статье описывается современный программный комплекс «Диагностика» для обработки медицинских радионуклидных исследований, проводимых с помощью гамма-томографа. Рассматриваются принципы работы комплекса и основные специализированные программы обработки, входящие в состав комплекса: перфузионная сцинтиграфия миокарда, перфузионная томография головного мозга, гепатохолесцинтиграфия, перфузионная сцинтиграфия легких и т. д. Данный комплекс установлен на первом отечественном цифровом двухдетекторном однофотонном эмиссионном томографе «ЭФАТОМ», который прошел технические и клинические испытания в КБ № 83 ФМБА России (г. Москва) и зарегистрирован как медицинское изделие. Библиогр. 24 назв. Ил. 10.

Ключевые слова: ядерная медицина, однофотонная эмиссионная томография, гамма-томограф, программный комплекс, диагностические программы.

УДК 004.627:004.932.2

Окунев В. В. **Об одном методе оптимизации фрактального алгоритма сжатия изображений** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 10. 2010. Вып. 2. С. 114–121.

Фрактальный алгоритм – один из современных алгоритмов сжатия изображений, обеспечивающий достаточно высокую степень компрессии. Использование сжатия играет важную роль не только при хранении больших объемов данных, но и при их передаче по каналам связи, когда критерий времени передачи является одним из определяющих. Однако классический фрактальный алгоритм компрессии весьма медленный даже при реализации на современных вычислительных машинах. В работе предложен метод оптимизации алгоритма, основанный на классификации блоков изображений с помощью характеристических векторов и нацеленный на упрощение и ускорение вычислений, необходимых для компрессии. Практическая реализация и эффективность разработанного алгоритма проиллюстрированы на примере конкретного изображения. Результаты приведены в сравнении с классическим алгоритмом

фрактального сжатия, а также с распространенным алгоритмом сжатия изображений JPEG. Библиогр. 6 назв. Ил. 6. Табл. 3.

Ключевые слова: сжатие изображений, фрактальный алгоритм, классификация блоков, оптимизация.

УДК 004.4'23

Симони М. Л. **Проект системы рефакторинга, ориентированной на программы обработки разреженных матриц** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2010. Вып. 2. С. 122–128.

Рассматривается проект системы рефакторинга, ориентированной на предметную область разработки разреженных матриц. Изучаются особенности программирования задач обработки разреженных матриц, влияющие на трудоемкость разработки. Предлагается подход, использующий технологию рефакторинга, оцениваются преимущества такого подхода и основные возможности проектируемой системы. Описываются проект реализации системы, ее основные подсистемы и их функциональность. Библиогр. 17 назв.

Ключевые слова: преобразование программ, рефакторинг, разреженные матрицы.

УДК 517.9

Терентьев С. В. **Об оптимизации реализации алгоритма локализации инвариантных множеств динамических систем** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2010. Вып. 2. С. 129–136.

Компьютерное моделирование динамических систем со сложным поведением траекторий является важной частью их исследования. Одна из основных характеристик динамической системы – ее инвариантные множества. Локализация инвариантных множеств позволяет выявить динамику системы. Поскольку аналитическое описание таких множеств редко бывает возможным, большое внимание уделяется разработке и реализации компьютерных методов их построения. На практике хорошо зарекомендовали себя методы, основанные на идее аппроксимации фазового пространства конечным набором многомерных ячеек и отслеживании динамики системы с помощью построения образов этих ячеек под действием системы. В статье использован метод символического образа для представления системы, а ячейки разбиения рассмотрены как интервальные вектора в пространстве соответствующей размерности, кроме того, применены методы интервальной арифметики для построения образа ячейки. Процедура адаптивного подрабавления позволила получить приближение к инвариантному множеству при стремлении диаметров ячеек к нулю. Точность построения может быть оценена через диаметр ячейки. Статья посвящена способам оптимизации алгоритма локализации инвариантных множеств. Используется распараллеливание обработки системы: приведена диаграмма с описанием, обсуждены вопросы синхронизации. Представлен способ хранения покрытия с помощью R -деревьев, влияющий на скорость работы алгоритма. В частности, это привело к увеличению скорости поиска ячейки в покрытии и тем самым к более быстрому выполнению операции пересечения образа ячейки с покрытием. Приведены примеры и сравнения различных реализаций алгоритма. Библиогр. 12 назв. Ил. 3. Табл. 1.

Ключевые слова: динамические системы, символический образ, интервальная арифметика, смешанные вычисления, метапрограммирование, индексные структуры для многомерных данных, распределенные вычисления.

SUMMARIES

Aleksandrov A. Yu., Platonov A. V., Chen Y. **On ultimate boundedness of solutions for some classes of population dynamics models.**

The problem of the ultimate boundedness of solutions for certain classes of nonlinear differential equations systems is investigated. The systems considered are generalization of well known Lotka–Volterra model. For the solution of the stated problem the Lyapunov direct method is used. The approach for the Lyapunov functions construction is suggested. The conditions are determined under which, for systems investigated, there exist the Lyapunov functions of the preassigned form satisfying in the positive orthant all the assumptions of the Yoshizawa ultimate boundedness theorem. It is proved that, in a certain cases, these conditions are not only sufficient for the ultimate boundedness of solutions but also necessary. The results obtained are also extended the systems of more general form. It is shown that if, in the systems considered, the predator-prey type relations between some of the species take place, the conditions found for the ultimate boundedness of solutions can be weakened. Moreover, hybrid models of population dynamics are investigated. It is assumed that the coefficients in the equations considered can be switched from one set of values to another. The conditions are obtained under which solutions of the hybrid system are ultimately bounded for any switching law.

Key words: population dynamics, ultimate boundedness, the Lyapunov functions, hybrid systems, generally homogeneous functions.

Barinov V. A. **Distribution of waves on free surface of viscous liquid.**

The problem about gravitational-capillary waves on free surface of viscous liquid is considered. For flat movement the invariant dynamic condition on the free surface connecting pressure difference and viscous pressure is received. It is established that at small deviations of free surface from the position of rest the absolute size of tangents of pressure is much less than module of normal pressure. On a forward and back wave slope of a tangent projection a pressure gallop tensor has opposite directions. The exact decision of a problem, and also expression as well is found in linear approximation for frequency, phase speed and a factor of attenuation of a wave. It is analytically certain that wave movement of viscous liquid can exist if the relation of viscous frequency to frequency of a wave for ideal liquid does not exceed 1.31. If this relation is less 0.46 it is possible to apply a model to the description of wave movement small viscous liquids. For such a model the decision is also received. It follows that frequency (phase speed) is less than frequency (phase speed) of a wave for an ideal liquid, and decrement of attenuation coincides with viscous frequency, i. e. it is twice less than under theory of Lamb.

Key words: gravitational-capillary waves, a viscous liquid, dispersive parities.

Demjanovich Y. K., Le T. N. B. **Wavelet decompositions of Hermite type splines based replacing of derivatives with differences.**

In this paper, we consider the wavelet decomposition of flows and construct the wavelet decompositions of a space of Hermite type splines (generally speaking, not polynomial) based replacing of derivatives with differences. The basis of these splines is obtained from the approximation relations for the minimal (almost everywhere (α, β)) multiplicity of covering by supports of basis functions. Consequently, such splines are relative to the class of minimal splines. The decompositions are constructed; formulas of decomposition, reconstruction based replacing of derivatives with differences are deduced. The basic wavelets are continuous and have compact supports; moreover, an additional two grid points increases the dimension of the wavelet space by two (two basis wavelets are added to the original basis). As is known, in the classical wavelet theory, the question of constructing wavelets a segment is actual $[\alpha, \beta] \in \mathbf{R}$. Regarding this fact, we note that the proposed approach allows us to expand all the constructions to the case of a segment $[a, b] \subset (\alpha, \beta)$: it suffices to consider the restriction of functions to the interval.

Key words: wavelet decomposition, formulas of decomposition, reconstruction, basic wavelets.

Egorov N. V., Klemeshev V. A., Fomenko M. G. **Control electric field calculation of the diode emission system with the field cathode the base of the carbon nanostructure.**

The phenomenon of field electronic issue from flat surfaces of materials on the basis of carbon, such as a film of diamond, a film on a basis nanotube carbon and amorphous carbon, is of interest as from the practical point of view, in view of perspectivity of creation of flat emission displays and use in various electronic devices, and for fundamental science. The reference to carbon materials in emission electronics

was caused first of all by an opportunity of their use in conditions of technical vacuum. The ideology using carbon fibres in field cathodes is based on their being steady against bombardment by ions of the residual gases, having a place in devices with a high-voltage feed and working in conditions of technical vacuum. The character of dispersion of their surface provides dynamically steady configuration with the presence of significant number of emitting the centres (as it was established in the specified conditions of operation one emitting the centres stopped the existence, others were formed again); they are a vacuum material. Already the first information at the beginning of 1970th years about electronic emission of carbon materials (and it there were basically carbon fibres of an unknown types) have shown basic perspectivity of such materials. For the past years the huge experimental material on the research of emission from carbon materials has been accumulated. In this connection the detailed research of field emission from cathodes on the basis of carbon nanotube is now actual. In this paper the solution of Laplace's equation for the electrostatic potential distribution is presented for the diode emission system. It is used the method of the threefold integrated equations to found the unknown coefficients for the potential distribution. So the initial value-boundary problem is reduced to the decision of integrated equation Fredholm's of the second kind. The potential distribution is calculated for whole area of the system.

Key words: field emitter, field emission, electron-optical system, electrostatic potential distribution.

Kozlovskaya N. V., Petrosyan L. A., Iljina A. V. Coalitional solution in emission reduction model.

Coalitional solution of the differential game is considered. The coalitional partition of the set of players is formed. Any player acts in the interests of coalition to which he belongs. The total cost of each coalition is divided among players according to Shapley value. Time-consistency is proved. The D. W. K. Yeung's condition is verified.

Key words: differential games, cooperative games, dynamic programming, Hamilton–Jacobi–Bellman equation, coalitional solution, Shapley value, Nash equilibrium, PMS-vector.

Provotorov V. V. Method of moments in the problem of extinguishing fluctuations of differential system on the graph.

The work is devoted to the study of the issue of searching the boundary control actions in the problem of extinguishing oscillatory processes which are described by linear partial differential equations on the geometric graph-tree representing the chain of consistently connected stars. In additions the spectral method of analysis based sufficiently deep developed spectral theory of boundary value problems on the graph is used. The first part of the work is devoted to the analysis of an eigenvalue set structure of a corresponding Sturm-Liouville problem on a graph, completeness (basic property) issues of an eigenfunction system in the function space with an integrable square on the graph, conditions for uniform sequence convergence by eigenfunctions are presented as well. In the second part of the work a constructive procedure of reducing to the problem of moments concerning the damping boundary actions.

Key words: a boundary problem the graph-tree, extinguishing fluctuations, boundary control, a method of moments.

Proudnikov I. M. Integral approximation of nonsmooth functions preserving local extremums.

A new non-local approximation method is suggested. As a result we get twice differentiable functions preserving $\varepsilon(D)$ -stationary points. With the help of these functions we can construct the second order optimization methods converging to $\varepsilon(D)$ -stationary points with superlinear velocity.

Key words: Lipschitz functions, generalized gradients, Clark subdifferential, Lebeque integral, matrix of second derivatives, Newton's optimization methods for Lipschitz functions.

Byrkov I. A. SELEN software package for computer-aided development of mathematical models for power system simulators.

Equations of mathematical models for power system components and an approach for the development of a complex mathematical model are presented. A numerical diagram of the model developed by using the SELEN software package is shown. The paper outlines the software package and demonstrates its use in the development of the power system simulator for the nuclear-powered icebreaker "Rossiya".

Key words: power system, full-scale simulator, electric network, currents, voltage, flux linkages.

Kotina E. D. **Program complex “Diagnostics” for radionuclide research processing.**

Modern program complex “Diagnostics” for data processing in nuclear medicine is discussed. The complex has flexible component architecture. It provides functional research processing conducted with help of the single photon emission computed tomograph. The scheme of the complex and its main diagnostics programs are considered. The complex includes diagnostics programs to process data of static, dynamic and tomography radionuclide studies in cardiology, pulmonology etc. This complex is based on the first Russian digital two-detector single photon emission tomograph “EFATOM”. Thus, it is possible to use the complex for the analysis of data taken with the help of other tomographs that support DICOM standard.

Key words: nuclear medicine, single photon emission computed tomography, single photon emission tomograph, programm complex, diagnostics programs.

Okunev V. V. **On optimization of the fractal image compression algorithm.**

The problem of fractal image compression algorithm optimization (in the sense of time cost) is considered. A method of classification by means of characteristic vectors is proposed. Practical application of the proposed method is illustrated by the examples.

Key words: image compression, fractal algorithm, block classification, optimization.

Simuni M. L. **Specifications of refactoring system for sparse matrix processing software.**

Program transformation and refactoring approaches to create sparse matrix processing software are considered. Specific features of the software development in this domain are studied. Benefits of the refactoring approach are studied. Functionality of the proposed refactoring tool is described. Design of the refactoring system, its organization and implementation are discussed.

Key words: program transformation, refactoring, sparse matrix.

Terentiev S. V. **On optimization of implementation an algorithm of localization of dynamical system invariant sets.**

Computer simulation of complex dynamical systems is widely applied to investigate their behaviour. The concept of an invariant set is one of the basic notions of the theory of dynamical systems. A localization of invariant sets allows to detect system dynamics. Design and implementation of localization algorithms are of great practical consequence because invariant sets often cannot be described analytically. Such algorithms are based set-oriented methods that operate with a finite covering of phase space (a set of sells) and the transformation of the cells under the system action. We use the symbolic image method (a variant of a set-oriented method) which allows us to construct the links between the sells of the covering and their images using an oriented graph. The cells are supposed to be interval vectors and their images using an oriented graph. The cells are supposed to be interval vectors and interval arithmetic is applied to calculate the image of a cell. The adaptive subdivision technique results in the construction of a sequence of approximation to the invariant set. The accuracy of the approximation may be estimated by a cell diameter. The paper is devoted to the methods of optimization of the described algorithm such as parallel computations, mixed computations and application of *R*-trees for data storing. The last method allows us to speed the search of a cell in the covering. Numerical results and comparison characteristics of these methods are given.

Key words: dynamical systems, invariant set, symbolic image, interval arithmetic, mixed computations, parallel computations, index structure for high-dimensional data.

C O N T E N T S

Applied mathematics

<i>Aleksandrov A. Yu., Platonov A. V., Chen Y.</i> On ultimate boundedness of solutions for some classes of population dynamics models	3
<i>Barinov V. A.</i> Distribution of waves on free surface of viscous liquid	18
<i>Demjanovich Y. K., Le T. N. B.</i> Wavelet decompositions of Hermite type splines based on replacing of derivatives with differences	32
<i>Egorov N. V., Klemeshev V. A., Fomenko M. G.</i> Control electric field calculation of the diode emission system with the field cathode the base of the carbon nanostructure ...	39
<i>Kozlovskaya N. V., Petrosyan L. A., Iljina A. V.</i> Coalitional solution in emission reduction model	46
<i>Provotorov V. V.</i> Method of moments in the problem of extinguishing fluctuations of differential system on the graph	60
<i>Proudnikov I. M.</i> Integral approximation of nonsmooth functions preserving local extremums	70

Informatics

<i>Byrkov I. A.</i> SELEN software package for computer-aided development of mathematical models for power system simulators	84
<i>Kotina E. D.</i> Program complex "Diagnostics" for radionuclide research processing	100
<i>Okunev V. V.</i> On optimization of the fractal image compression algorithm	114
<i>Simuni M. L.</i> Specifications of refactoring system for sparse matrix processing software ...	122
<i>Terentiev S. V.</i> On optimization of implementation an algorithm of localization of dynamical system invariant sets	129

Papers	137
---------------------	-----

Summaries	142
------------------------	-----