

# В Е С Т Н И К

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

Серия 1  
Выпуск 3

2011  
Сентябрь

МАТЕМАТИКА  
МЕХАНИКА  
АСТРОНОМИЯ

НАУЧНО-ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ. ИЗДАЕТСЯ С АВГУСТА 1946 ГОДА

## СОДЕРЖАНИЕ

### МАТЕМАТИКА

<i>Васильев В. А.</i> Об одном способе построения приближенных решений линейных систем на длинных интервалах времени .....	3
<i>Ермаков С. М.</i> Стохастические и квазистохастические вычисления .....	7
<i>Зубер И. Е., Гелиг А. Х.</i> Динамический регулятор для нелинейных систем с запаздывающим аргументом .....	20
<i>Назаров С. А.</i> Асимптотика собственного числа задачи Дирихле в колеччатом волноводе .....	29
<i>Перкин А. А., Смирнова В. Б., Утина Н. В., Шепелявый А. И.</i> О применении метода периодических функций Ляпунова .....	36
<i>Пиллогин С. Ю., Вольфсон Г. И., Тодоров Д. И.</i> Динамические системы с липшицевыми обратными свойствами отслеживания .....	48
<i>Порошина Н. И., Рябов В. М.</i> О методах обращения преобразования Лапласа ..	55
<i>Сипин А. С.</i> Статистические алгоритмы решения задачи Коши для параболических уравнений второго порядка .....	65
<i>Феофтистова В. Н.</i> Динамическая интерактивная стабилизация потоковых систем с разделением процессора .....	75



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ОСНОВАН В 1724 ГОДУ  
1824 – ГОД ВЫХОДА В СВЕТ ПЕРВОГО ИЗДАНИЯ УНИВЕРСИТЕТА

© Авторы статей, 2011  
© Издательство  
Санкт-Петербургского  
университета, 2011

## МЕХАНИКА

<i>Арутюнян Р. А.</i> Оптимизация энергетических затрат на разрушение твердых материалов.....	80
<i>Бауэр С. М., Воронкова Е. Б.</i> Неклассические теории анизотропных оболочек в задачах о деформации трансверсально-изотропных сферических и цилиндрических слоев под действием нормального давления.....	85
<i>Вовненко Н. В., Зимин Б. А., Судьенков Ю. А., Юнгмейстер Д. А.</i> Экспериментальное исследование и численное моделирование ударно-волновых процессов при центральном соударении трех стержней различной массы.....	93
<i>Костырко С. А.</i> Влияние формы возмущения на устойчивость плоской поверхности пленочного покрытия при диффузионных процессах.....	101
<i>Кочерыжкин В. А.</i> Моделирование течений слабосжимаемой вязкой жидкости методом сглаженных частиц.....	112
<i>Мельников В. Г.</i> Линеаризация в расширенном фазовом пространстве нелинейных полиномиальных динамических систем.....	116
<i>Наумова Н. В., Ершов Б. А., Иванов Д. Н.</i> Деформация упругой сферической оболочки, закрепленной по экватору, в потоке вязкой несжимаемой жидкости.....	124
<i>Полякова Е. В., Товстик П. Е., Филиппов С. Б.</i> Осесимметричная деформация мягкой армированной нитями тороидальной оболочки.....	131

## АСТРОНОМИЯ

<i>Холшевников К. В., Мюллеры А. А., Толумбаева Д. А., Вавилов Д. Е.</i> Определение первоначальных орбит внесолнечных планет методом лучевых скоростей: замкнутые формулы.....	143
---	-----

## ХРОНИКА

Заседания секции теоретической механики им. Н. Н. Полякова Дома Ученых РАН	
25 ноября 2009.....	92
24 февраля 2010.....	123
24 марта 2010.....	142
Рефераты.....	153
Abstracts.....	161
Contents.....	168

## РЕФЕРАТЫ

УДК 517.925.5

Васильев В. А. **Об одном способе построения приближенных решений линейных систем на длинных интервалах времени** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2011. Вып. 3. С. 3–6.

В работе показано, что исследование линейной системы может быть проведено с помощью приближенных вычислений путем построения линейной системы, сколь угодно близкой к данной, с фундаментальной матрицей решений, совпадающей с приближенной фундаментальной матрицей решений исходной системы.

*Ключевые слова:* приближенные решения, линейные неоднородные системы.

Библиогр. 4 назв.

УДК 519.71

Ермаков С. М. **Стохастические и квазистохастические вычисления** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2011. Вып. 3. С. 7–19.

В работе дан краткий обзор исследований в области стохастических и квазистохастических вычислительных методов, проводившихся в последние годы автором и его коллегами. К их числу относятся, в частности, исследования по обоснованию мультипликативного датчика псевдослучайных чисел, методам Монте-Карло для решения нелинейных уравнений, оценке сложности, стохастической устойчивости и параллелизму стохастических и квазистохастических алгоритмов. Исследования актуальны в связи с бурным развитием многопроцессорной вычислительной техники.

*Ключевые слова:* стохастические методы, метод Монте-Карло, параллелизм, устойчивость, нелинейные уравнения, псевдослучайные числа, квази Монте-Карло.

Библиогр. 61 назв.

УДК 517.929

Зубер И. Е., Гелиг А. Х. **Динамический регулятор для нелинейных систем с запаздывающим аргументом** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2011. Вып. 3. С. 20–28.

Рассмотрен некоторый класс нелинейных систем вида

$$\dot{x} = A(\cdot)x + \sum_{i=1}^l A_i(\cdot)x(t - \tau_i(t)) + b(\cdot)u,$$

$A(\cdot) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $A_i(\cdot) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $b(\cdot) \in \mathbb{R}^n$ , коэффициенты которых равномерно ограничены и являются функционалами произвольной природы. С помощью специального вида функционала Ляпунова—Красовского синтезирован динамический регулятор, описываемый уравнением

$$\dot{u} = \rho(\cdot)u + (m(\cdot), x),$$

где  $\rho(\cdot) \in \mathbb{R}^1$ ,  $m(\cdot) \in \mathbb{R}^n$ , при котором система становится глобально асимптотически устойчивой. Рассмотрен также случай, когда управление  $u$  поступает в систему не непосредственно, а через импульсный элемент, осуществляющий амплитудно-частотную модуляцию.

*Ключевые слова:* системы с нестационарным запаздыванием, глобальная асимптотическая устойчивость, динамический регулятор, функционал Ляпунова—Красовского.

Библиогр. 6 назв.

Назаров С. А. **Асимптотика собственного числа задачи Дирихле в коленчатом волноводе** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2011. Вып. 3. С. 29–35.

Найдена асимптотика собственного числа задачи Дирихле для спектрального уравнения Гельмгольца в двумерном коленчатом волноводе, акустическом с мягкими стенками или квантовом. Этот волновод представляет собой изломанную полосу, но краевая задача ставится в прямой полосе единичной ширины с клиновидными вырезами, на сторонах которых назначены подходящие условия сопряжения, позволяющие после восстановления формы волновода получить гладкое волновое поле. Углы излома предполагаются малыми, т. е. упомянутые клиновидные вырезы оказываются тонкими, а по соответствующему малому геометрическому параметру и строится асимптотика.

Известно, что при любых углах изломов спектр волновода имеет собственное число, принадлежащее дискретному спектру и расположенное ниже непрерывного спектра краевой задачи.

В качестве основного приближение к собственной функции берется стоячая волна в цельной полосе. Она оставляет малые невязки в условиях сопряжения на клиновидных вырезах, которые компенсируются при помощи решений задачи опять-таки в прямой полосе с условиями скачков на поперечных сечениях, к которым стягиваются тонкие вырезы. Эти решения приобретают линейный рост на бесконечности. Таким образом, и начальное приближение и асимптотические поправки не обладают естественным свойством затухания, характерным для собственной функции, исчезающей на бесконечности с экспоненциальной скоростью, и потому называемой захваченной волной. Для исправления поведения асимптотического анзаца на бесконечности строится еще одно — внешнее — асимптотическое разложение, приемлемое на удалении от клиновидных вырезов. Условие затухания внешнего разложения дает асимптотическую формулу для собственного числа, а обоснование асимптотики проводится при помощи техники спектральной меры.

Следует отметить, что и асимптотические конструкции (даже порядок основной поправки) и схема обоснования существенно отличаются от конструкций и схемы, присущих спектральным задачам в ограниченных областях.

*Ключевые слова:* коленчатые квантовый и акустический волноводы, захваченные волны, локализованные решения, дискретный спектр.

Библиогр. 12 назв. Ил. 1.

УДК 681.511.42

Перкин А. А., Смирнова В. Б., Утина Н. В., Шепелявый А. И. **О применении метода периодических функций Ляпунова** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2011. Вып. 3. С. 36–47.

В статье исследуется асимптотическое поведение непрерывных и дискретных систем с фазовым управлением. Рассматриваемые системы содержат в своем составе периодические дифференцируемые векторные нелинейности и обладают неединственным состоянием равновесия.

В статье последовательно изучаются две задачи устойчивости: задача о глобальной асимптотике и задача об оценке числа проскальзываний циклов. Такие задачи традиционно решаются вторым методом Ляпунова. Однако для рассматриваемого класса систем стандартные в теории управления функции Ляпунова вида «квадратичная форма» и «квадратичная форма плюс интеграл от нелинейности» результатов не дают. Поэтому в 60–70-е годы XX века в рамках второго метода Ляпунова для фазовых систем управления было разработано несколько специальных методов. В статье развивается один из них — метод периодических функций Ляпунова. Предлагается обобщение известных периодических функций и последовательностей Ляпунова, позволяющих строить оценки областей глобальной асимптотики в пространстве параметров фазовой системы.

Сформулированы многопараметрические частотные критерии глобальной асимптотики, дающие возможность улучшить эти оценки. Полученные частотные критерии применены также к установлению оценок числа проскальзываний циклов.

*Ключевые слова:* фазовые системы, прямой метод Ляпунова, частотная теорема Яковича—Калмана, глобальная асимптотика, число проскальзываний циклов.

Библиогр. 24 назв. Ил. 1.

УДК 517.9

Пилюгин С. Ю., Вольфсон Г. И., Тодоров Д. И. **Динамические системы с липшицевыми обратными свойствами отслеживания** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2011. Вып. 3. С. 48–54.

В работе вводится понятие липшицевого обратного свойства отслеживания относительно двух классов  $d$ -методов, порождающих псевдотраектории динамических систем. Доказано, что если диффеоморфизм евклидова пространства обладает липшицевым обратным свойством отслеживания на траектории индивидуальной точки, то в этой точке выполнено аналитическое строгое условие трансверсальности, введенное Мане. Этот результат использован при доказательстве основной теоремы: если диффеоморфизм гладкого замкнутого многообразия обладает липшицевым обратным свойством отслеживания, то он структурно устойчив.

*Ключевые слова:* динамические системы, обратное отслеживание, структурная устойчивость, трансверсальность.

Библиогр. 10 назв.

УДК 519.64

Порошина Н. И., Рябов В. М. **О методах обращения преобразования Лапласа** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2011. Вып. 3. С. 55–64.

При решении задач операционными методами наиболее трудным этапом является процесс обращения, т. е. определение оригинала по его изображению. Не существует универсального метода обращения, дающего удовлетворительные результаты для произвольного изображения  $F(p)$ . Любой конкретный метод обращения должен учитывать специфику поведения изображения (или функции-оригинала). Выбор метода обращения существенно зависит от способа задания информации об изображении искомого оригинала. Перечислим типичные ситуации:

1) известны значения изображения  $F(p)$  и его производных в некоторой фиксированной точке, отличной от бесконечности;

2) известны значения изображения  $F(p)$  и его производных в некоторой окрестности бесконечно удаленной точки;

3) известны значения изображения  $F(p)$  на вещественной полуоси  $p \geq 0$ ;

4) известны значения изображения  $F(p)$  в полуплоскости вида  $\operatorname{Re} p > \lambda$ .

Цель работы заключается в указании подходящих методов обращения, их достаточно подробном описании либо отсылке к соответствующей литературе, а также в разработке новых методов.

Приведены вычислительные схемы методов и способы ускорения их сходимости. Описаны способы построения оригинала в виде рядов по многочленам Лагерра, различные квадратурные формулы обращения (как вещественные, так и комплексные), варианты деформирования контура в интеграле Римана—Меллина, задающем обращение преобразования Лапласа и методы последующего его вычисления, а также методы Виддера.

*Ключевые слова:* обращение преобразования Лапласа, ряды Лагерра, ускорение сходимости, квадратурные формулы, метод Виддера.

Библиогр. 35 назв.

УДК 519.71

Сипин А. С. **Статистические алгоритмы решения задачи Коши для параболических уравнений второго порядка** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2011. Вып. 3. С. 65–74.

Давно известны алгоритмы метода Монте-Карло, решающие с помощью тепловых потенциалов краевые задачи для уравнения теплопроводности, эллиптической частью которого является оператор Лапласа [1], [2]. Эти алгоритмы существенным образом используют явный вид фундаментального решения и не переносятся на уравнения с переменной матрицей коэффициентов при старших производных.

В данной работе предложен и подробно исследован статистический метод решения задачи Коши для параболического уравнения второго порядка с гладкими коэффициентами. Построены несмещенные оценки как самого решения задачи Коши, так и функционалов от него.

*Ключевые слова:* метод Монте-Карло, статистическое моделирование, уравнение теплопроводности, задача Коши.

Библиогр. 5 назв.

УДК 519.71

Феоктистова В. Н. **Динамическая интерактивная стабилизация потоковых систем с разделением процессора** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2011. Вып. 3. С. 75–79.

Предложен интерактивный протокол управления переключательной потоковой системой с разделением процессора и доказано, что он порождает требуемый периодический процесс в качестве глобального аттрактора.

*Ключевые слова:* производственные процессы, гибкие производственные системы, гибридная динамика, оптимальная траектория.

Библиогр. 9 назв. Ил. 1.

УДК 539.376

Арутюнян Р. А. **Оптимизация энергетических затрат на разрушение твердых материалов** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2011. Вып. 3. С. 80–84.

Сформулирован закон суммирования повреждений, выраженный в относительных величинах энергетических затрат. Для оценки оптимальных значений энергетических затрат сравниваются энергетические затраты на разрушение по различным программам нагружения над плоскими образцами, изготовленными из полиметилметакрилата. В случае, когда при напряжении 50 МПа начальное нагружение является циклическим, энергетические затраты на разрушение в 3,1 меньше по сравнению со случаем, когда начальное нагружение является длительным статическим (ползучесть). Для напряжений 43 и 34 МПа энергетические затраты на разрушение меньше, соответственно, в 1,4 и 1,9 раз, когда начальное нагружение является длительным статическим. Полученные результаты могут быть использованы при проектировании и эксплуатации различного оборудования по переработке и измельчению твердых материалов.

*Ключевые слова:* законы суммирования повреждений, энергетические затраты, опыты на чередование длительных и циклических нагружений, энергосберегающие режимы нагружения.

Библиогр. 7 назв. Ил. 3.

УДК 539.3, 519.6

Бауэр С. М., Воронкова Е. Б. **Неклассические теории анизотропных оболочек в задачах о деформации трансверсально-изотропных сферических и цилиндрических слоев под действием нормального давления** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2011. Вып. 3. С. 85–92.

В работе исследуется напряженно-деформированное состояние трансверсально-изотропных сферических и цилиндрических оболочек, находящихся под действием нормального давления. Такие задачи могут описывать изменение напряженно-деформированного состояния фиброзной оболочки глаза при введении внутрисклеральных инъекций или напряженно-деформированное состояние кровеносных сосудов. Задачи решаются с использованием трехмерной теории упругости. Полученные решения раскладываются в ряд по малому параметру, связанному с относительной толщиной оболочки, и сравниваются с решениями, получающимися по уточненной итерационной теории анизотропных оболочек Родионовой—Титаева—Черных и теории анизотропных оболочек средней толщины Палия—Спиро. Показано, что первые два члена асимптотического разложения точного решения для прогибов оболочек совпадают с решениями, полученными по уточненным теориям анизотропных оболочек.

*Ключевые слова:* теория оболочек, модели неклассических теорий оболочек.  
Библиогр. 5 назв.

УДК 531.011

Вовненко Н. В., Зимин Б. А., Судьенков Ю. В., Юнгмейстер Д. А. **Экспериментальные исследования и численное моделирование ударно-волновых процессов при центральном соударении трех стержней различной массы** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2011. Вып. 3. С. 93–100.

В работе представлены результаты экспериментальных исследований и теоретического анализа процессов соударения в системе трех тел: стержень-ударник, промежуточный легкий стержень-боек, массивный стержень-преграда.

Представлены результаты экспериментальных исследований процессов соударения двух и трех тел при средних скоростях 5–15 м/с. Показано, что в такой ударной системе эффективность передачи импульса от ударника в преграду значительно (~30%) выше, чем в случае соударения двух тел. Такой эффект обусловлен возникновением так называемого режима «дребезга» (порционного отбора энергии от ударника), определяющего квазипластический механизм соударения.

Результаты экспериментальных исследований подтверждаются теоретическим анализом процесса соударения твердых тел с учетом контактного взаимодействия по теории Герца и результатами конечно-элементного моделирования с использованием программного пакета ANSYS/LS-DYNA.

В работе также представлены результаты экспериментального исследования периодического режима работы ударного инструмента с промежуточным легким бойком, которые подтвердили повышение эффективности переноса ударного импульса при реализации эффекта «дребезга» и возможность его применения в установках и инструментах ударного действия.

Отмечается, что увеличение эффективности такого рода ударных систем определяется не только ростом эффективности переноса ударного импульса, но и увеличением эффективности разрушения гетерогенных сред за счет сложного пространственно-временного спектра ударного импульса, генерируемого в системе из трех тел, способствующего процессу разрушений на масштабах микроструктуры гетерогенных сред.

*Ключевые слова:* энергия удара, столкновение трех тел различной массы, пьезодатчик.  
Библиогр. 12 назв. Ил. 8.

УДК 517.958,539.3

Костырко С. А. **Влияние формы возмущения на устойчивость плоской формы поверхности пленочного покрытия при диффузионных процессах** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2011. Вып. 3. С. 101–111.

Рассмотрена двумерная модель твердого тела с тонким пленочным покрытием в виде упругого композита полоса–полуплоскость, находящегося в условиях плоской деформации. Предполагается, что в полосе действуют продольные напряжения. Малое возмущение плоской формы поверхности пленки описывается произвольной симметричной периодической функцией. Изменение химического потенциала вдоль искривленной поверхности приводит к массопереносу как вглубь материала, так и вдоль рассматриваемой поверхности. В качестве основного соотношения получена зависимость амплитуды искривленной поверхности от времени. При этом критерий устойчивости формулируется следующим образом: если амплитуда возмущения уменьшается со временем, то плоская форма поверхности пленки считается устойчивой. Исследовано влияние жесткости подложки, толщины пленки, продольных усилий, а также формы возмущения на критическое значение длины волны.

*Ключевые слова:* тонкие пленки, устойчивость, диффузия.

Библиогр. 31 назв. Ил. 7.

УДК 519.6:532.53

Кочерыжкин В. А. **Моделирование течений слабосжимаемой вязкой жидкости методом сглаженных частиц** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2011. Вып. 3. С. 112–115.

Статья посвящена исследованию метода сглаженных частиц для моделирования течений слабосжимаемой вязкой жидкости. На примере задачи об обрушении столба жидкости продемонстрированы возможности метода для работы со свободной поверхностью. Получены качественно новые картины течения. Представлено сравнение результатов с экспериментальными данными. Вычисления реализованы при помощи технологии параллельных вычислений Nvidia CUDA. Использование данной технологии позволило сократить время вычислений многократно, что было показано в настоящей статье.

*Ключевые слова:* бессеточные методы, свободная граница, слабосжимаемая жидкость, метод сглаженных частиц, CUDA, SPH.

Библиогр. 6 назв. Ил. 2.

УДК 681.5+531

Мельников В. Г. **Линеаризация в расширенном фазовом пространстве нелинейных полиномиальных динамических систем** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2011. Вып. 3. С. 116–123.

Для динамической системы многочленной степенной структуры с постоянными параметрами в конечной окрестности нуля фазового пространства  $R^n$  выполняется расширение математической модели посредством введения конечного множества дополнительных переменных в виде мономов. В дифференциальных уравнениях для дополнительных переменных предложено применение метода экономизаций Чебышёва к остаточным членам, образованным из мономов высоких степеней. Этим достигается замыкание получаемой расширенной линейной системы уравнений. Показано построение дифференциального неравенства для функции Ляпунова в области расширенного фазового пространства, получены оценки устойчивости движения. Метод применен к нелинейной управляемой механической системе.

*Ключевые слова:* нелинейная динамическая система, дополнительные переменные, экономизация Чебышёва, расширенная линейная система, устойчивость, расширенная квадратичная функция Ляпунова.

Библиогр. 8 назв. Ил. 1.



Наумова Н. В., Ершов Б. А., Иванов Д. Н. **Деформация упругой сферической оболочки, закрепленной по экватору, в потоке вязкой несжимаемой жидкости** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2011. Вып. 3. С. 124–130.

Задачу о движении абсолютно твердого шара в вязкой несжимаемой жидкости впервые решил Стокс в 1851 г., для этого он использовал приближенный метод, который заключается в пренебрежении в основных уравнениях движения инерционными членами и внешними силами. Преобладающая часть опубликованных работ посвящена исследованию наиболее простого случая деформации сферической оболочки под действием равномерного внешнего давления.

В статье рассматривается обтекание покоящейся сферы потоком вязкой несжимаемой жидкости, имеющим на бесконечности постоянную по величине и направлению скорость, и исследуется задача о деформации упругой сферической оболочки под влиянием неравномерного внешнего давления, действующего со стороны потока вязкой несжимаемой жидкости. Получены общие аналитические выражения для компонентов перемещений. Для проверки достоверности полученных результатов найдены значения перемещений точек срединной поверхности различными методами. Приводится сравнение асимптотических и численных результатов. Асимптотические решения расширяют численные результаты и дают возможность качественно оценить поведение изгибных форм оболочки.

*Ключевые слова:* сферическая оболочка, деформация, вязкая несжимаемая жидкость. Библиограф. 8 назв. Ил. 4.

Полякова Е. В., Товстик П. Е., Филиппов С. Б. **Осесимметричная деформация мягкой армированной нитями тороидальной оболочки** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2011. Вып. 3. С. 131–142.

Рассматривается нелинейная осесимметричная деформация тороидальной оболочки под действием внутреннего давления. Оболочка армирована двумя системами нитей, расположенных по параллелям и меридианам. Предполагается, что нити расположены достаточно часто, поэтому после осреднения получаем двухмерную упругую среду, которая является мягкой оболочкой. Основная особенность мягкой оболочки заключается в том, что она не выдерживает сжимающих напряжений. В равновесном положении все меридианы оболочки растянуты, а часть параллелей может быть сжатой, что приводит к образованию складок.

Для определения деформаций и перемещений оболочки с учетом геометрической и физической нелинейности получена система обыкновенных дифференциальных уравнений четвертого порядка. Разработан метод численного решения краевой задачи для этой системы, а также метод асимптотического интегрирования в предположении, что радиус окружности меридиана тора существенно меньше радиуса его параллели. Проведено сравнение асимптотических и численных результатов.

Установлено, что существует предельное давление, при превышении которого равновесные положения отсутствуют. Если давление меньше критического, то имеются два положения равновесия — докритическое и закритическое. В закритическом положении равновесия оболочка полностью растянута. Для докритических положений равновесия найдены граница покрытой складками области и минимальное значение давления, при котором на оболочке не образуются складки.

*Ключевые слова:* анизотропная мягкая оболочка, геометрическая и физическая нелинейность, внутреннее давление, асимптотическое и численное решения.

Библиогр. 8 назв. Ил. 3. Табл. 4.

Холшевников К. В., Вавилов Д. Е., Мюллери А. А., Толумбаева Д. А. **Определение первоначальных орбит внесолнечных планет методом лучевых скоростей: замкнутые формулы** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2011. Вып. 3. С. 143–152.

Кратко описывается методология определения первоначальных орбит экзопланет по кривой лучевой скорости материнской звезды и приводятся основные соотношения метода. Ранее задача сведена нами к решению системы двух трансцендентных уравнений вида  $f_3(x, y) = \xi$ ,  $f_4(x, y) = \eta$ , и получено решение системы в виде ряда по степеням  $\xi, \eta$ . Последние величины, имеющие порядок эксцентриситета орбиты, можно считать известными из наблюдений. Здесь доказано, что функции  $f_3, f_4$  задают отображение замкнутого единичного круга на равнобедренный прямоугольный треугольник, причем сужение отображения на открытый круг представляет собой вещественно-аналитическую биекцию внутренности круга на внутренность треугольника. Таким образом, решение указанных уравнений существует и единственно для любой точки  $\xi, \eta$ , лежащей внутри треугольника. Эффективный алгоритм решения уравнений, а также область сходимости представляющих решение рядов по степеням  $\xi, \eta$  будут найдены в следующей статье, где будет исследовано также влияние ошибок измерений.

*Ключевые слова:* Внесолнечные планеты, определение орбит, кривая лучевой скорости. Библиогр. 5 назв. Ил. 8.

## ABSTRACTS

UDK 517.925.5

*Vasiliev V. A.* **About one way of construction of approximative solutions of a linear systems over very long time intervals** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2011. Issue 3. P. 3–6.

In this paper approximative fundamental matrix of a solutions of a linear systems of a differential equations is investigated. One proof that linear system with fundamental matrix of a solutions which coincides with approximative fundamental matrix of a solutions of a source system exists in small neighbourhood of given system.

*Keywords:* approximative solutions, nonhomogeneous linear systems.

Bibliogr. 4 references.

UDK 519.71

*Ermakov S. M.* **Stochastic and quasi-stochastic computing** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2011. Issue 3. P. 7–19.

This paper presents a brief review of the research in the field of stochastic and quasi-stochastic computational methods, which was conducted by the author and his colleagues in the recent years. For example this research includes validation of the multiplicative pseudo-random numbers generator, Monte-Carlo methods for solving nonlinear equations, estimation of computational complexity, stochastic stability and parallelism for stochastic and quasi-stochastic algorithms. Research is urgent due to the recent quick development of multiprocessor computer technology.

*Keywords:* stochastic methods, Monte-Carlo method, parallelism, stability, nonlinear equations, pseudorandom numbers, quasi Monte-Carlo method.

Bibliogr. 61 references.

UDK 517.929

*Zuber I. E., Gelig A. Kh.* **Dynamic regulator of nonlinear delayed systems** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2011. Issue 3. P. 20–28.

In the paper it is considered a certain class of nonlinear systems of the form

$$\dot{x} = A(\cdot)x + \sum_{i=1}^l A_i(\cdot)x(t - \tau_i(t)) + b(\cdot)u,$$

$A(\cdot) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $A_i(\cdot) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $b(\cdot) \in \mathbb{R}^n$ , where the coefficients are uniformly bounded and are arbitrary functionals. Using the Lyapunov–Krasovskiy functional of special form, a dynamical regulator, described by the equation

$$\dot{u} = \rho(\cdot)u + (m(\cdot), x)$$

with  $\rho(\cdot) \in \mathbb{R}^1$ ,  $m(\cdot) \in \mathbb{R}^n$  is synthesized. By this regulator the system becomes globally asymptotically stable. It is also considered the case when the control  $u$  of system does not direct but is due to a pulse element, realizing an amplitude-frequency modulation.

*Keywords:* nonstationary delayed systems, global asymptotic stability, dynamic regulator, Lyapunov–Krasovskiy functional.

Bibliogr. 6 references.

*Nazarov S. A. The asymptotics of an eigenvalue of the Dirichlet problem in a cranked waveguide* // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2011. Issue 3. P. 29–35.

An asymptotics of an eigenvalue of the Dirichlet problem for the spectral Helmholtz equation is found out in two-dimensional cranked waveguide, acoustic with soft walls, or quantum. The waveguide implies a broken strip, however the boundary value problem is posed in a straight strip of unit width with wedge-shaped notches, on the faces of which appropriate transmission conditions are imposed that provides a smooth wave field after reconstructing the waveguide shape. The angulation is assumed small so that the above-mentioned notches become narrow and asymptotics is constructed due to the corresponding small geometric parameter.

It is known that any angulation gives rise to an eigenvalue which belong to the discrete spectrum and lies below the continuous spectrum of the boundary value problem.

The main asymptotic term of the eigenfunction is chosen as the standing wave in the intact strip. This wave leaves discrepancies in the transmission conditions which are compensated with the help of solutions to the problem again in the straight strip with jump conditions at the transversal cross-sections which result from shrinking the narrow notches. These solutions get a linear growth at infinity. Thus both, the main term and the correction terms do not admit the decay property, intrinsic for an eigenfunction, which vanishes at infinity at the exponential rate and therefore is called a trapped mode. In order to correct the asymptotic ansatz near infinity an additional expansion, that is the outer one which is acceptable at a long distance from the notches, is formed. The decay requirement for this expansion leads to an asymptotic formula for the eigenvalue and the justification of this formula is performed by means of spectral measure techniques.

It should be mentioned that both, the asymptotic structures, even the order of the main correction term, and the justification scheme differ crucially from ones attributed to spectral problems in bounded domains.

*Keywords:* cranked quantum and acoustic waveguides, trapped modes, localized solutions, discrete spectrum.

Bibliogr. 12 references. Fig. 1.

*Perkin A. A., Smirnova V. B., Utina N. V., Shepelyavyi A. I. On application of Lyapunov periodic functions* // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2011. Issue 3. P. 36–47.

The paper is devoted to asymptotic behavior of continuous and discrete phase control systems. Control systems with vector periodic functions and multiple equilibria are considered. Two stability problems are investigated. They are the problem of gradient-like behavior and the estimating of the number of slipped cycles. The stability problems are usually solved by Lyapunov direct method. But such standard Lyapunov functions as “the quadratic form” and “the quadratic form plus the integral of the nonlinear function” are of no use for the class of phase systems. That is why in the sixties and the seventies of the twentieth century a number of special methods were investigated within the framework of Lyapunov direct method.

In the paper one of these special methods, namely the method of Lyapunov periodic functions is developed. A generalization of certain Lyapunov periodic functions and subsequences, which give the opportunity to obtain the estimates for stability domains in the space of parameters, is offered. Many-parametric frequency-domain criteria for gradient-like behavior which improve these estimates are proved. These criteria are also applied to improve the estimates for the number of slipped cycles of a phase system.

*Keywords:* phase systems, Lyapunov direct method, Yakubovich–Kalman frequency-domain theorem, gradient-like behavior, the number of slipped cycles.

Bibliogr. 24 references. Fig. 1.

UDK 517.9

*Pilyugin S. Yu., Volfson G. I., Todorov D. I.* **Dynamical systems with Lipschitz inverse shadowing properties** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2011. Issue 3. P. 48–54.

In this paper, we introduce the Lipschitz inverse shadowing property with respect to two classes of  $d$ -methods generating pseudotrajectories of dynamical systems. It is shown that if a diffeomorphism of a Euclidean space possesses the Lipschitz inverse shadowing property on the trajectory of an individual point, then the Mañé analytic strong transversality condition is satisfied at this point. We apply this result to prove the main theorem: If a diffeomorphism of a smooth closed manifold possesses the Lipschitz inverse shadowing property, then this diffeomorphism is structurally stable.

*Keywords:* dynamical systems, inverse shadowing, structural stability, transversality.

Bibliogr. 10 references.

UDK 516.94

*Poroshina N. I., Ryabov V. M.* **On the methods for Laplace transform inversion** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2011. Issue 3. P. 55–64.

At the solution of problems by operational methods the most difficult stage is inversion process — origin function definition under its image. There is no universal method of the inversion giving satisfactory results for any image  $F(p)$ . Any concrete method of the inversion should consider specificity of behaviour of the image (or origin function). The choice of a method of the inversion essentially depends on a way of the representation of the information on the image of the required original. We will list typical situations:

1) values of the image  $F(p)$  and his derivatives in some fixed point which is distinct from infinity are known;

2) values of the image  $F(p)$  and his derivatives in some vicinity of infinitely remote point are known;

3) values of the image  $F(p)$  on a real semiaxis  $p \geq 0$  are known;

4) values of the image  $F(p)$  in a half-plane  $\text{Re } p > \lambda$  are known.

The work purpose consists in instructions of suitable methods of the inversion, their detailed enough description or sending to corresponding literature, and also in elaboration of new methods.

Computing schemes of methods and methods of acceleration of their convergence are resulted. Methods of construction of approximations as Laguerre series, various quadrature inversion formulas (both real and complex) are described, are described variants of deformation of a contour in the integral of Riemann—Mellin setting the inversion of Laplace transformation and methods of its subsequent calculation, and also the Widder's methods are described.

*Keywords:* the inversion of Laplace transform, Laguerre series, acceleration of convergence, quadrature formulas, Widder's method.

Bibliogr. 35 references.

UDK 519.71

*Sipin A. S.* **Simulation methods for second order parabolic Cauchy problem** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2011. Issue 3. P. 65–74.

The Monte-Carlo algorithms for heat equation boundary problems based on heat potentials is well known when Laplace operator is the elliptic part of parabolic one [1], [2]. They essentially based on exact fundamental solution and cannot be used for heat equations when coefficient matrix is not constant.

In this paper we construct and investigate simulation method for second order parabolic Cauchy problem when coefficient matrix is sufficiently smooth. There are constructed unbiased estimators for Cauchy problem solution and unbiased estimators for their functionals.

*Keywords:* Monte Carlo methods, simulation method, heat equation, Cauchy problem.

Bibliogr. 5 references.

UDK 519.71

*Feoktistova V. N.* **Dynamic interactive stabilization of the switching systems with processor sharing** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2011. Issue 3. P. 75–79.

A dynamical interactive protocol is designed to control the flexible manufacturing systems with processor sharing. The ultimate objective is to minimize the long-run average cost per unit time. It is proved that the proposed protocol makes the given periodic orbit globally attracting, thus achieving overall asymptotic optimality whenever the orbit at hand is optimal.

*Keywords:* manufacturing processes, flexible manufacturing systems, hybrid dynamic, optimal trajectory.

Bibliogr. 9 references. Fig. 1.

UDK 539.376

*Arutyunyan R. A.* **Optimization of the energy consumption for fracture of solid materials** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2011. Issue 3. P. 80–84.

To estimate the optimal energy consumption for fracture the energy consumption in different loading program is compared. The energy consumptions are defined in accordance with the damage summation law, expressed in terms of relative value of energy consumption. If the sum of the relative value of energy consumption is less one then the energy consumption is minimal. So we can define the reliable boundary of minimal value of fracture energy.

*Keywords:* damage summation laws, energy consumptions, experiments on alternating creep and cyclic loading, the regimes of loading with the optimal energy consumptions.

Bibliogr. 7 references. Fig. 3.

UDK 539.3, 519.6

*Bauer S. M., Voronkova E. B.* **Nonclassical shell theories for the analysis of transversally isotropic spherical and cylindrical layers under normal pressure** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2011. Issue 3. P. 85–92.

In present paper the stress strain states of transversally isotropic spherical and cylindrical layers under normal pressure are studied. Such structures can be used as basic models for the eyeball or blood vessels.

Solutions are obtained by means of the exact 3D theory of elasticity and two approximate theories for orthotropic plates: the theory of moderate thicknesses shells worked out by Paliy—Spiro (PS) and the refined theory developed by Rodinova—Titaev—Chernykh (RTC).

Expansions of the 3D exact solutions in powers of a small parameter which is equal to the relative thickness of spherical or cylindrical layer are compared with the solutions obtained with the PS and RTC shell theories.

Both nonclassical theories give the two first terms of asymptotic expansions of the 3D solution for displacements correctly.

*Keywords:* shell theory, nonclassical models.

Bibliogr. 5 references.

UDK 531.011

*Vovnenko N. V., Zimin B. A., Sud'enkov U. B., Yungmeister D. A.* **Experimental research and numerical simulation of shock-wave processes in the central collision of three rods of different masses** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2011. Issue 3. P. 93–100.

The results of experimental research of the collision process between two and three bodies at an average speed of 5–15 m/s are shown. The experimental method allowed us to register

with high time resolution the shock-wave processes at the block and then to analyze them. The method provided also data of spectral and integral characteristics of the impulse processes, which are produced during the complex impact.

It is shown, that in such an impact system the efficiency of impulse transmitting from the shank to the ore body is much higher ( $\sim 30\%$ ), than in a two bodies system impact. Such an effect is produced by the creation of so-called “chatter mode” (the portioned takeout of the shank energy), determining the quasi-plastic impact mechanism.

The results of research are proved by the theoretical analysis of the solid bodies impact process taking into account the contact interaction according to the Hertz theory and the results of finite element modeling using the ANSYS/LS-DYNA programme.

Experimental results of the periodic mode percussion-lock with an intermediate light striker are presented. The results of research have confirmed the increase in transfer efficiency of the shock pulse when implementing the effect of “chatter” and the possibility of its use in plants and percussion instruments. We also note that increasing the efficiency of such systems is determined by the impact increase of the efficiency of transfer of the shock pulse and increase in destruction efficiency of heterogeneous media due to the complex spatial-temporal spectrum of the shock pulse generated by a system of three bodies. This spectrum contributes to the process of destruction on the scale of the microstructure of heterogeneous media.

*Keywords:* impact energy, collision of three bodies of different masses, piezosensor.

Bibliogr. 12 references. Fig. 8.

UDK 517.958,539.3

*Kostyrko S. A. Effect of the undulation shape on the flat film surface stability under diffusion processes // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2011. Issue 3. P. 101–111.*

We consider a layer coherently bonded to an elastic semi-infinite substrate under plane strain conditions. A remote stress applied to the film is parallel to the film/substrate interface. We assume that the film surface has a small perturbation described by arbitrary periodic symmetric function. The variation in chemical potential along the curved surface gives a rise to fluxes of atoms along the surface and through the bulk. A governing equation is derived that gives the amplitude of a surface roughness as a function of time. The stability condition can be formulated like this: if the amplitude of waviness decreases with time, then the flat surface of the film is stable. A parametric study is then carried out to investigate the effect of various practically important parameters on the critical wavelength. Among them are the elastic stiffness of the substrate, the film thickness, the internal stress and the shape of undulated surface.

*Keywords:* thin films, diffusion, stability.

Bibliogr. 31 references. Fig. 7.

UDK 519.6:532.53

*Kocheryzhkin V. A. Numerical simulation of viscous fluid flow using weakly compressible SPH // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2011. Issue 3. P. 112–115.*

Weakly compressible form of the Smoothed Particle Hydrodynamics method (SPH) for fluid flow based on the Tait equation is presented. The extension of method for free surface flows is investigated. Original bursting dam problem is modeled and results are compared with experimental data. Qualitatively new flow patterns are obtained. The entire SPH code is implemented using the Compute Unified Device Architecture (Nvidia CUDA), resulting in tremendous speed-ups.

*Keywords:* meshless method, free surface, weakly-compressible, CUDA, SPH.

Bibliogr. 6 references. Fig. 2.

UDK 681.5+531

*Melnikov V. G.* **Chebyshev approximations in Lyapunov methods** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2011. Issue 3. P. 116–123.

This paper presents a new method for dynamic systems with polynomial structure in a finite neighborhood of the phase space  $\mathbb{R}^n$ . A mathematical model of the system is extended with a final set of additional variables in the monomial form. The residual terms of the extended model are approximated using Chebyshev economisation method, this close the extended system of linear equations. A differential inequality for the Lyapunov function in the extended phase space estimates the stability of the system. The method is applied to nonlinear mechanical systems.

*Keywords:* Chebyshev approximations, nonlinear polynomial system, extended linear system, extended Lyapunov function.

Bibliogr. 8 references. Fig. 1.

UDK 539.3

*Naumova N. V., Ershov B. A., Ivanov D. N.* **Deformation of an elastic spherical shell under pressure of viscous incompressible fluid** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2011. Issue 3. P. 124–130.

Deformation of an elastic spherical shell under pressure of viscous incompressible fluid are considered. Analytical formulas for calculation the components of normal and tangential deflections of the shell middle surface are received. The new mathematical model of an elastic spherical shell on the basis of introduction of the Finite Elements Method Calculations is offered. The comparison of the asymptotic and numerical results is performed.

*Keywords:* spherical shell, deformation, viscous incompressible fluid.

Bibliogr. 8 references. Fig. 4.

UDK 539.3:517.925

*Polyakova E. V., Tovstik P. E., Pfilippov S. B.* **Axisymmetric deformation of the reinforced by threads toroidal membrane** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2011. Issue 3. P. 131–142.

Nonlinear axisymmetric deformation of a toroidal shell under action of internal pressure is considered. The shell is reinforced by two system of threads located on parallels and meridians. It is supposed, that threads are disposed frequently enough therefore after averaging we get the anisotropic elastic membrane. The basic feature of a membrane is that it can not hold the compression stresses. In state of equilibrium all meridians of the shell are stretched, but the part of parallels can be compressed. That leads to formation of folds.

For search of deformations and displacements of a shell the system of the ordinary differential equations of the fourth order is received. Geometrical and physical nonlinearity is taken into account. The method of numerical solution and also the method of asymptotical integration in the case when the meridian radius is much smaller than the parallel one are elaborated. Comparison of asymptotic and numerical results is performed.

It is shown, that there is an ultimate pressure at which excess states of equilibrium are absent. If pressure is less that the ultimate one there are two states of equilibrium — subcritical and supercritical. In supercritical state the shell is completely stretched. For subcritical state the boundary of the area covered by folds and the minimal value of pressure at which folds on the shell are not formed are found.

*Keywords:* anisotropic membrane, geometrical and physical nonlinearity, internal pressure, asymptotic and numerical solutions.

Bibliogr. 8 references. Fig. 3. Tabl. 4.



UDK 521.1, 524.38

*Kholshevnikov K. V., Mylläri A. A., Tolumbaeva D. A., Vavilov D. E.* **Determination of primary orbits of extrasolar planets via radial velocity method: closed formulas** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2011. Issue 3. P. 143–152.

Methodology of primary orbits determination using radial velocity curve of a parent star is described briefly. Main relations of the method are presented. In the previous paper we have reduced the problem to two transcendent equations with two unknowns. Here, we demonstrate that the solution of equations exists and is unique. An efficient algorithm for solving the equations, as well as the convergence domain of power series representing the solution, will be derived in the next paper. The influence of observation errors will be discussed there.

*Keywords:* Extrasolar planets, orbit determination, radial velocity curve.

*Bibliogr.* 5 references. *Fig.* 8.

## CONTENTS

### Mathematics

<i>Vasiliev V. A.</i> About one way of construction of approximative solutions of a linear systems over very long time intervals .....	3
<i>Ermakov S. M.</i> Stochastic and quasi-stochastic computing .....	7
<i>Zuber I. E., Gelig A. Kh.</i> Dynamic regulator of nonlinear delayed systems .....	20
<i>Nazarov S. A.</i> The asymptotics of an eigenvalue of the Dirichlet problem in a cranked waveguide .....	29
<i>Perkin A. A., Smirnova V. B., Utina N. V., Shepelyavyi A. I.</i> On application of Lyapunov periodic functions .....	36
<i>Volfson G. I., Pilyugin S. Yu., Todorov D. I.</i> Dynamical systems with Lipschitz inverse shadowing properties .....	48
<i>Poroshina N. I., Ryabov V. M.</i> On the methods for Laplace transform inversion .....	55
<i>Sipin A. S.</i> Simulation methods for second order parabolic Cauchy problem .....	65
<i>Feoktistova V. N.</i> Dynamic interactive stabilization of the switching systems with processor sharing .....	75

### Mechanics

<i>Arutyunyan R. A.</i> Optimization of the energy consumption for fracture of solid materials .....	80
<i>Bauer S. M., Voronkova E. B.</i> Nonclassical shell theories for the analysis of transversally isotropic spherical and cylindrical layers under normal pressure .....	85
<i>Vovnenko N. V., Zimin B. A., Sud'enkov U. B., Yungmeister D. A.</i> Experimental research and numerical simulation of shock-wave processes in the central collision of three rods of different masses .....	93
<i>Kostyrko S. A.</i> Effect of the undulation shape on the flat film surface stability under diffusion processes .....	101
<i>Kocheryzhkin V. A.</i> Numerical simulation of viscous fluid flow using weakly compressible SPH .....	112
<i>Melnikov V. G.</i> Chebyshev approximations in Lyapunov methods .....	116
<i>Naumova N. V., Ershov B. A., Ivanov D. N.</i> Deformation of an elastic spherical shell under pressure of viscous incompressible fluid .....	124
<i>Polyakova E. V., Tovstik P. E., Pfilippov S. B.</i> Axisymmetric deformation of the reinforced by threads toroidal membrane .....	131

### Astronomy

<i>Kholshevnikov K. V., Mylläri A. A., Tolumbaeva D. A., Vavilov D. E.</i> Determination of primary orbits of extrasolar planets via radial velocity method: closed formulas .....	143
--	-----

### Chronicle

Sessions of Section of the House of scientists of the Russian Academy of Sciences on the theoretical mechanics of prof. N. N. Poljakhov	
November 25, 2009 .....	92
February 24, 2010 .....	123
March 21, 2010 .....	142

<b>Abstracts</b> .....	161
------------------------	-----