

СОДЕРЖАНИЕ

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

<i>Аббасов М. Э.</i> Нахождение стационарных точек функций, допускающих неоднородные аппроксимации приращеня.	3
<i>Арефина А. И.</i> Синтез H_2 -оптимальных регуляторов для систем с запаздываниями. Спектральный подход.	9
<i>Буре В. М., Сергеева А. А.</i> Модель выбора обслуживания при наличии разных способов формирования заказа.	18
<i>Иголкин В. Н.</i> Марковский вариант модели Лундберга–Крамера разорения страховой компании.	27
<i>Мазалов В. В., Кондратьев А. Ю.</i> Задача о сделках с неполной информацией. .	33
<i>Матросов А. В.</i> Сходимость степенных рядов в методе начальных функций. ...	41
<i>Махинова О. А.</i> Свойства конечно-разностного аналога одномерного оператора Лапласа на графе.	52
<i>Провоторов В. В.</i> Построение граничных управлений в задаче о гашении колебаний системы из m струн.	60
<i>Сидорин А. О., Трубников Г. В., Шурхно Н. А.</i> Моделирование процесса стохастического охлаждения с помощью уравнения Фоккера–Планка. Расчет конструкции системы стохастического охлаждения для Нуклотрона.	70
<i>Юдин И. П., Волошина И. Г.</i> Расчет карты магнитного поля анализирующего магнита спектрометра Дельта-Сигма-Т в интегральной постановке.	87



ИНФОРМАТИКА

<i>Шелабин Д. А.</i> Классификация объектов движения с использованием байесовских сетей.....	97
--	----

ПРОЦЕССЫ УПРАВЛЕНИЯ

<i>Султанбеков А. А.</i> Некоторые условия устойчивости нелинейных неавтономных разностных систем.....	109
--	-----

ХРОНИКА

Ф. М. Кулаков (к 80-летию со дня рождения).....	119
---	-----

АННОТАЦИИ.....	121
----------------	-----

SUMMARIES.....	124
----------------	-----

ОТ РЕДАКЦИИ.....	127
------------------	-----

АННОТАЦИИ

УДК 519.3+519.7

Аббасов М.Э. **Нахождение стационарных точек функций, допускающих неоднородные аппроксимации приращения** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2012. Вып. 1. С. 3–8.

В статье изучаются два подхода к построению аппроксимации первого порядка негладкой функции – с помощью экзостеров и коэкзостеров. Обсуждаются преимущества и недостатки каждого из них. Предлагается численный метод нахождения стационарных точек функций, допускающих неоднородные аппроксимации приращения. Доказывается сходимость построенного метода. Библиогр. 7 назв.

Ключевые слова: негладкий анализ, недифференцируемая оптимизация, кодифференцируемые функции, экзостеры, коэкзостеры.

УДК 681.5.013

Арефина А.И. **Синтез H_2 -оптимальных регуляторов для систем с запаздываниями. Спектральный подход** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2012. Вып. 1. С. 9–17.

Рассматривается задача оптимизации линейных стационарных систем с запаздыванием по норме пространства H_2 . Предложен новый метод поиска передаточной функции оптимального регулятора, основанный на спектральном подходе. Использование такого подхода для задач с одним управлением позволяет существенно упростить анализ и синтез оптимальных решений по сравнению с методами «2-Риккати» и LMI. Подобное упрощение особо значимо при реализации алгоритмов адаптивной настройки законов управления для различных объектов в режиме реального времени из-за возможной существенной ограниченности ресурсов цифровых устройств, формирующих управляющие воздействия для подвижных объектов и различных встраиваемых систем. Библиогр. 7 назв.

Ключевые слова: линейные системы, оптимизация, пространство H_2 , передаточная функция, запаздывание, законы управления.

УДК 519.2

Буре В.М., Сергеева А.А. **Модель выбора обслуживания при наличии разных способов формирования заказа** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2012. Вып. 1. С. 18–26.

В работе рассматривается компания, оказывающая услуги по обработке заказов клиентов. Компания предлагает несколько способов осуществления заказа, каждый клиент выбирает оптимальный для себя способ, стараясь минимизировать свои издержки. Для решения поставленной задачи рассматривается существование равновесия для игры n лиц, в которой игроками являются клиенты компании, осуществляющей обслуживание заказов посредством трех обслуживающих устройств. Все равновесия найдены в явном виде. Библиогр. 5 назв.

Ключевые слова: вероятностное и теоретико-игровое моделирование, обслуживающие устройства, игра n лиц, равновесие по Нэшу, оптимальные стратегии.

УДК 519.95

Иголкин В.Н. **Марковский вариант модели Лундберга–Крамера разорения страховой компании** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2012. Вып. 1. С. 27–32.

В статье рассмотрена модель Лундберга разорения страховой компании, в которой интервалы и иски могут быть нескольких типов и они связаны марковской зависимостью. Для

нахождения вероятности неразорения используется преобразование Лапласа. Показано, как находить неизвестные константы. Приводятся численные примеры. Библиогр. 2 назв.

Ключевые слова: разорение страховой компании, модель Лундберга, марковский вариант, преобразование Лапласа, неизвестные константы.

УДК 519.833

Мазалов В.В., Кондратьев А.Ю. **Задача о сделках с неполной информацией** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2012. Вып. 1. С. 33–40.

Рассматривается теоретико-игровая модель сделок между продавцами и покупателями. Каждый игрок обладает приватной информацией о резервной цене, которую не знает другой игрок. Резервные цены являются случайными величинами с произвольными распределениями вероятностей. Сделка происходит, если предложенная цена покупателя превосходит объявленную цену продавца. Найдено байесовское равновесие в данной игре как решение системы дифференциальных уравнений. Исследованы его свойства. Библиогр. 6 назв. Ил. 4. Табл. 1.

Ключевые слова: модели переговоров, сделки между продавцами и покупателями, неполная информация, дифференциальные уравнения для равновесия.

УДК 519.6+539.3

Матросов А.В. **Сходимость степенных рядов в методе начальных функций** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2012. Вып. 1. С. 41–51.

Представлен алгоритм построения основных соотношений метода начальных функций (МНФ) для плоской задачи теории упругости анизотропного тела в ортогональной прямоугольной системе координат в матрично-операторной форме, используя общее решение уравнений теории упругости в перемещениях через две произвольные функции. Доказана регулярность операторов МНФ для случая произвольной анизотропии. Показана сходимость получаемых в решении МНФ степенных рядов в случае задания начальных функций через тригонометрические синусы и косинусы. Библиогр. 12 назв.

Ключевые слова: плоская задача теории упругости, анизотропное тело, метод начальных функций.

УДК 517.95

Махинова О.А. **Свойства конечно-разностного аналога одномерного оператора Лапласа на графе** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2012. Вып. 1. С. 52–59.

Рассматриваются вопросы построения конечно-разностного аналога одномерного оператора Лапласа, задаваемого на функциях, переменная которых изменяется на графе. При этом существенным является преемственность свойств оператора при редукции его к конечно-разностному аналогу, дающая возможность опираться на хорошо разработанные методы функционального анализа, что обычно позволяет простым и универсальным путем проводить исследования эффективности алгоритмов вычислительной математики для эволюционных и динамических задач. В работе показано, что при редукции дифференциального оператора к конечно-разностному аналогу последний наследует спектральные свойства дифференциального оператора: структура множества собственных чисел аналогична структуре множества собственных значений дифференциального оператора, сохраняется полнота собственных векторов в конечномерном пространстве, что открывает возможности для глубокого анализа устойчивости (счетной устойчивости) и сходимости разностных схем для эволюционных и динамических задач. При этом разностный аналог оператора Лапласа остается симметричным и положительным. Библиогр. 4 назв.

Ключевые слова: одномерный оператор Лапласа, конечно-разностный аналог оператора Лапласа, его свойства.

УДК 517.958

Провоторов В. В. **Построение граничных управлений в задаче о гашении колебаний системы из m струн** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2012. Вып. 1. С. 60–69.

Рассматривается система из m струн, закрепленных по типу графа-звезды. Такие математические объекты являются основой математических моделей процессов колебаний в антенных конструкциях различных типов. Представлен метод нахождения граничных управляющих воздействий, состоящий в переводе процесса колебаний системы из заданного начального состояния в состояние покоя. Используется спектральная техника (анализ Фурье), позволяющая сравнительно легко преодолевать сложности, порожденные геометрией графа. Главный результат исследования представлен в виде готовых формул, определяющих искомые граничные управления как функции времени. Библиогр. 8 назв.

Ключевые слова: краевая задача на графе, граничное управление, перевод системы из начального в состояние покоя.

УДК 621.384.6.01

Сидорин А. О., Трубников Г. В., Шурхно Н. А. **Моделирование процесса стохастического охлаждения с помощью уравнения Фоккера–Планка. Расчет конструкции системы стохастического охлаждения для Нуклотрона** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2012. Вып. 1. С. 70–86.

Развит и реализован в виде математической модели алгоритм расчета эволюции функции распределения частиц в поперечном фазовом пространстве и функции энергетического разброса для синхротрона с системой стохастического охлаждения по технике режекторного фильтра. Приведены результаты моделирования зависимости функции распределения и разброса по импульсу пучка протонов и углерода для ускорителя Нуклотрон. Также в работе дается описание и принцип работы предложенной конструкции системы стохастического охлаждения на основе сборки из кольцевых многолепестковых пикапов, приведены радиотехнические схемы режекторного фильтра и конструкторская сборка всей кривовакуумной системы для установки на кольце Нуклотрона. Библиогр. 11 назв. Ил. 12.

Ключевые слова: стохастическое охлаждение, уравнение Фоккера–Планка.

УДК 537.613

Юдин И. П., Волошина И. Г. **Расчет карты магнитного поля анализирующего магнита спектрометра Дельта-Сигма-Т в интегральной постановке** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2012. Вып. 1. С. 87–96.

Рассматривается задача магнитостатики в интегральной постановке. Дается краткое описание методики расчета. Приведены результаты расчетного распределения поля анализирующего магнита СП-94 с зазором 13 см для эксперимента «Дельта-Сигма-Т». Расчет проведен для объема, перекрывающего объем измерений. Показано совпадение расчетных данных с экспериментальными. Библиогр. 10 назв. Ил. 12.

Ключевые слова: интегральные уравнения, математическое моделирование, магнитное поле, спектрометр для физики частиц высоких энергий.

УДК 004.932.72'1

Шелабин Д. А. **Классификация объектов движения с использованием байесовских сетей** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2012. Вып. 1. С. 97–108.

Статья посвящена классификатору объектов движения. Он может быть применен для трассировки движущихся объектов в системе отслеживания движущихся объектов совместно с другими методами. Классификатор основан на байесовской сети и использует гистограмму цветового распределения объектов. Данная особенность дает возможность классифицировать

объекты, перекрытые другими объектами, повернутые, уменьшенные или частично искаженные. В работе произведено описание и формализация этого подхода, а также указаны его преимущества и недостатки, выявленные в ходе тестирования. Библиогр. 6 назв. Ил. 8. Табл. 2.

Ключевые слова: классификация, объект движения, трассировка, байесовская сеть, параметры сети, структура сети.

УДК 517.962.2

Султанбеков А. А. **Некоторые условия устойчивости нелинейных неавтономных разностных систем** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2012. Вып. 1. С. 109–118.

В настоящей работе изучается проблема устойчивости нулевого решения одного класса существенно нелинейных разностных систем, правые части которых представляют собой линейные комбинации степенных функций фазовых переменных. Предполагается, что на исследуемые системы действуют нестационарные возмущения. Рассматривается случай, когда возмущения входят в коэффициенты указанных линейных комбинаций. Аналогичные системы рассматривались в работах А. Ю. Александрова и А. П. Жабко. Были получены условия, при которых возмущения не нарушают асимптотическую устойчивость нулевого решения. Целью данной статьи является расширение класса возмущений, для которых устойчивость нулевого решения сохраняется. Предполагается, что возмущения ограничены и их средние значения равны нулю. Больше никаких предположений на возмущения не делается. С помощью дискретного аналога метода функций Ляпунова доказывается теорема об устойчивости нулевого решения возмущенной системы. Результаты приводятся в теореме 1. Показывается, что для данного класса систем выполняется согласованность свойств, в смысле сохранения устойчивости, непрерывных и соответствующих им дискретных систем. Доказывается, что при дополнительных ограничениях, накладываемых на невозмущенные системы, условия на возмущения можно ослабить. Данные условия приведены в теореме 2. Тем самым, в каждом конкретном случае можно использовать результаты, которые лучше отражают качества системы. Найдены оценки скорости стремления решений к началу координат. Приведен пример, наглядно иллюстрирующий применение полученных результатов и их различие. Библиогр. 17 назв.

Ключевые слова: разностная система, функция Ляпунова, асимптотическая устойчивость, нестационарные возмущения.

SUMMARIES

Abbasov M. E. **Finding stationary points of functions allowing nonhomogenous approximations of augment** // Vestnik St. Petersburg University. Ser. 10. 2012. Issue 1. P. 3–8.

Two approaches for constructing first degree approximations of a nonsmooth function (by means of exhausters and coexhausters) are studied. Advantages and disadvantages of each of them are discussed. A numerical method for finding stationary points of functions allowing nonhomogenous approximations of augment is presented. Convergence of this algorithm is proved.

Key words: nonsmooth analysis, nondifferentiable optimization, codifferentiable functions, exhausters, coexhausters.

Arefina A. I. **Design of H_2 -optimal controllers for time-delay systems. Spectral approach** // Vestnik St. Petersburg University. Ser. 10. 2012. Issue 1. P. 9–17.

The problem of H_2 optimization of a linear time-invariant system with delays is considered. The design method based on a spectral approach is proposed. The use of such approach for single input problems can greatly simplify the analysis and synthesis of optimal controllers in comparison with “2-Riccati” and LMI methods which are usually applied. Such simplification is highly important in implementing algorithms of adaptive adjustment of control laws for various dynamic objects in the

real-time mode due to the possible resource constraints of digital devices that are forming control inputs for dynamic objects and various embedded systems.

Key words: linear systems, optimization, space H_2 , transfer function, delays, control laws.

Bure V. M., Sergeeva A. A. The model of service selection in the presence of different ways of ordering // Vestnik St. Petersburg University. Ser. 10. 2012. Issue 1. P. 18–26.

The company that provides services for processing customer orders is considered. The company offers several ways to implement the order, each customer chooses the best method for himself trying to minimize their costs. Company provides services through three types of an order technique. The existence of equilibrium for n person game where players are the customers of the company is used to solve this problem. All equilibria are explicitly found.

Key words: probability and game-theoretical modeling, queueing problem, n persons game, Nash equilibrium, the optimal strategy.

Igolkin V. N. A markovian variant of Lundberg-Cramer's model of insurance company ruin // Vestnik St. Petersburg University. Ser. 10. 2012. Issue 1. P. 27–32.

The model permits to compute $P(u)$ unruin probability of an insurance company with an initial capital u . Beforehand some auxiliary values must be found as a solution of a system of integral equations. The Laplace transform is used for this purpose. Some unknown constants appears in this case. It is shown, how to find this constants. There are some numerical examples.

Key words: Markovian variant of the Lundber's model, ruin probability, Laplace transform, unknown constants of the transform.

Mazalov V. V., Kondratyev A. Y. Bargaining model with incomplete information // Vestnik St. Petersburg University. Ser. 10. 2012. Issue 1. P. 33–40.

A theoretical game model of bargaining between buyers and sellers with incomplete information related to deals is considered. A player (buyer or seller) has a private information about his reserved price. Reserved prices are random variables with known probability distributions. Each player declares a price which depends on his reserved price. If the bid price is above the quoted price the goods is sold for the average of two prices. Otherwise there is no deal. Two types of Bayes equilibrium are derived. One of them is a threshold form another is a solution of a differential equation system. Some numerical results are presented.

Key words: bargaining model, seller-buyer interactions, incomplete information, differential equations for equilibrium.

Matrosov A. V. Convergence of power series in the method of initial functions // Vestnik St. Petersburg University. Ser. 10. 2012. Issue 1. P. 41–51.

An algorithm for constructing basic equations of the method initial functions (MIF) for plane problems of elasticity theory for anisotropic solids in an orthogonal Cartesian coordinate system in matrix-operator form using a general solution of elasticity theory equations in displacements through two arbitrary functions is presented. Displacements and stresses at an arbitrary point of an elastic body are obtained as a result of an impact of MIF operators to displacements and stresses (initial functions) defined on a coordinate line. The MIF operators are obtained in the form of power operator series in which the operator acts as a differentiation operator with respect to one of the independent variables. Regularity of MIF operators for an arbitrary anisotropic body is shown. Convergence of power series in the MIF solution in the case of the initial functions definition in terms of trigonometric sines and cosines is proved.

Key words: plane problem of elasticity theory, anisotropic body, method of initial functions.

Makhinova O. A. Properties of finite-difference analog of one-dimensional Laplace operator on the graph // Vestnik St. Petersburg University. Ser. 10. 2012. Issue 1. P. 52–59.

The finite-difference analogs of one-dimensional Laplace operator on the graph-star and the

graph with a cycle are considered. At the same time differential operator characteristic continuity at its reduction to the finite-difference analog is essential: the structure of an eigenvalue set is similar to the structure of a proper value set of a differential operator, completeness of eigenvectors in the finite-dimensional space remains, the finite-difference analog of Laplace operator remains symmetric and positive.

Key words: one-dimensional Laplace operator, finite-difference analog of Laplace operator, characteristics of operator.

Provotorov V. V. **Construction of boundary controls in the problem of oscillation damping of a system from m strings** // Vestnik St. Petersburg University. Ser. 10. 2012. Issue 1. P. 60–69.

An elastic system of m strings fixed as a graph-star is considered. Such mathematical objects are a basis of mathematical models of fluctuation processes in antenna designs of various types. A method of finding boundary operating influences consisting of the transfer of the system fluctuation process from the appointed initial condition into the rest one is presented. The spectral technics (Fourier analysis) is used allowing rather easily to overcome the complexities generated by the graphgeometry. The main result of the research is presented in the form of the ready formulas defining required boundary controls as the function of time.

Key words: a boundary problem on the graph, boundary control, transfer of system from the initial condition into the rest one.

Sidorin A. O., Shurkino N. A., Trubnikov G. V. **Parameters modeling for tungsten – caesium field emission systems** // Vestnik St. Petersburg University. Ser. 10. 2012. Issue 1. P. 70–86.

The mathematical model of the algorithm for calculating the evolution of the particle distribution function in transverse phase space and function of the energy spread for the synchrotron with a stochastic cooling system using a notch filter technique is described. Simulation results for the distribution function and momentum spread of the proton and carbon beams in accelerator Nuclotron are presented. The description and working principle of the proposed construction of a stochastic cooling system based on assembly of the ring slot-coupler pickups are also described and a notch filter design and assembly of the entire cryo-vacuum system for installation at Nuclotron are given.

Key words: stochastic cooling, Fokker–Planck, equation accelerator.

Yudin I. P., Voloshina I. G. **The calculation of the magnetic field maps for the integral statement for the analyzing magnet of the “Delta-Sigma-T” spectrometer** // Vestnik St. Petersburg University. Ser. 10. 2012. Issue 1. P. 86–96.

The problem of magnetostatics is considered in the integral formulation. A brief description of the method of calculation is given. The corresponding formulas and algorithms for solving the magnetostatic problem are presented. The results of the calculated field distribution of the analyzing magnet SP-94 with clearance of 13 cm for the experiment “Delta-Sigma-T” are shown. The magnetic spectrometer system consists of analyzing magnet 2-SP-94-1B with the interpolar gap of 0.13 m, it has external dimensions of 2.95 m \times 2.12 m \times 1.62 m and aperture of 0.30 m \times 0.13 m. The calculation was performed for the volume 0.33 m \times 0.0645 m \times 1.02 m, the volume of overlapping dimensions which was shown in calculated data with experimental ones. The calculation of the spatial distribution of three components of the magnetic field of the magnet 2-SP-94-1B are conducted to obtain the information of magnitude and uniformity of a magnetic field and to build a working map of the field for different modes of spectrometer operation. The results obtained are planned to use in processing physical data.

Key words: integral equations, mathematical modeling, magnetic field, spectrometer for high energies physics.

Shelabin D. A. Moving object classification using bayesian networks // Vestnik St. Petersburg University. Ser. 10. 2012. Issue 1. P. 97–108.

Article is devoted to the moving object classifier. This classifier can be used to trace an object in a moving object detection system together with the other methods. The classifier is based on Bayesian network and uses an object's color distribution histogram. This feature allows to classify objects overlaid by other objects, rotated, reduced or partially distorted objects. The description and formalization of this approach is performed, its advantages and shortcomings identified during testing are indicated as well.

Key words: classification, moving object, tracing, bayesian network, network parameters, network structure.

Sultanbekov A. A. Certain stability conditions of nonlinear non-autonomous difference systems // Vestnik St. Petersburg University. Ser. 10. 2012. Issue 1. P. 109–118.

One of the important classes of the systems describing dynamical processes is the class of difference systems. In many respects the properties of solution difference equations are similar to those properties of corresponding differential equations. The problem of solution stability preservation is the actual one in passing from continuous systems to discrete ones. In certain cases the correction of difference schemes for maintaining compliance between solution properties of continuous and discrete equations is required. This correction leads to essential complication of computational schemes. Therefore the problem of system class allocation for which the preservation of qualitative characteristics at transition to a discrete system takes place without corresponding corrections is rather important. The problem of the zero solution stability for a certain class of essentially nonlinear difference systems is studied. The right hand-sides of the systems represent linear combinations of power functions of phase variables. It is assumed that the investigated systems are influenced by non-stationary perturbations. The case when perturbations are included into factors of the specified linear combinations is considered, the mean values of the perturbations are equal to zero. Theorems on the stability are proved by means of discrete analog of the Lyapunov function method. The estimates for the transition process duration for the nonlinear difference equations are found. It is shown that for the given class of systems the compliance of properties (in the sense of the stability preservation) of discrete systems and corresponding continuous system is performed.

Key words: difference systems, stability, Lyapunov functions, non-stationary perturbations.

О Т Р Е Д А К Ц И И

Подробная информация о правилах предоставления статей и порядке их рецензирования приведена в выпусках журнала за 2009 г., в вып. 1 за 2010 г. и на сайте факультета ПМ–ПУ (e-mail: vkarelin@armath.spbu.ru).

CONTENTS

APPLIED MATHEMATICS

<i>Abbasov M. E.</i> Finding stationary points of functions allowing nonhomogenous approximations of augment	3
<i>Arefina A. I.</i> Design of H_2 -optimal controllers for time-delay systems. Spectral approach	9
<i>Bure V. M., Sergeeva A. A.</i> The model of service selection in the presence of different ways of ordering	18
<i>Igolkin V. N.</i> A markovian variant of Lundberg-Cramer's model of insurance company ruin	27
<i>Mazalov V. V., Kondratyev A. Y.</i> Bargaining model with incomplete information...	33
<i>Matrosov A. V.</i> Convergence of power series in the method of initial functions	41
<i>Makhinova O. A.</i> Properties of finite-difference analog of one-dimensional Laplace operator on the graph	52
<i>Provotorov V. V.</i> Construction of boundary controls in the problem of oscilation damping of a system from m strings	60
<i>Sidorin A. O., Shurkhno N. A., Trubnikov G. V.</i> Parameters modeling for tungsten – caesium field emission systems	70
<i>Yudin I. P., Voloshina I. G.</i> The calculation of the magnetic field maps for the integral statement for the analyzing magnet of the "Delta-Sigma-T" spectrometer	87

INFORMATICS

<i>Shelabin D. A.</i> Moving object classification using bayesian networks	97
--	----

CONTROL PROCESSES

<i>Sultanbekov A. A.</i> Certain stability conditions of nonlinear non-autonomous difference systems	109
--	-----

CRONICLE

F. M. Kulakov (to 80 since birthday)	119
--	-----

ANNOTATIONS	121
-------------------	-----

SUMMARIES	124
-----------------	-----

FROM EDITORIAL STAFF	127
----------------------------	-----