

ВЕСТНИК

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

Серия 1
Выпуск 1

2013
Март

МАТЕМАТИКА
МЕХАНИКА
АСТРОНОМИЯ

НАУЧНО-ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ. ИЗДАЕТСЯ С АВГУСТА 1946 ГОДА

СОДЕРЖАНИЕ

К 60-ЛЕТИЮ Н. А. ВАВИЛОВА

Вавилов & Со.	3
<i>Генералов А. И.</i> О расщеплении идемпотентов в предтриангулированных категориях.....	7
<i>Kanel-Belov A., Kunyavskii B., Plotkin E.</i> Word equations in simple groups and polynomial equations in simple algebras.....	10
<i>Койбаев В. А.</i> Замкнутые сети в линейных группах.....	25
<i>Куликова Е. А., Ставрова А. К.</i> Централизатор элементарной подгруппы в изотропной редуکتивной группе.....	34
<i>Лузгарев А. Ю.</i> Не зависящие от характеристики инварианты четвертой степени для $G(E_7, R)$	43
<i>Plotkin B.</i> Algebraic logic and logical geometry. Two in one.....	51
<i>Vui Xuan Hai, Nguyen Van Thin</i> On subnormal subgroups in general skew linear groups.....	61

МАТЕМАТИКА

<i>Дороденков А. А.</i> Устойчивость и бифуркация положения равновесия одной существенно нелинейной системы.....	68
<i>Дмитриев А. В., Ермаков С. М., Ермаков К. С.</i> Параллельный Монте-Карло метод оценки американских опционов.....	72



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ОСНОВАН В 1724 ГОДУ
1824 – ГОД ВЫХОДА В СВЕТ ПЕРВОГО ИЗДАНИЯ УНИВЕРСИТЕТА

© Авторы статей, 2013

© Издательство

Санкт-Петербургского университета, 2013

<i>Кривулин Н. К.</i> О решении одной многомерной экстремальной задачи в тропической математике	82
<i>Меркулов А. С.</i> Сингулярные интегральные операторы, аналогичные коммутаторам Кальдерона	91
<i>Родионова А. А.</i> Точно-слабое свойство отслеживания в динамических системах	96
<i>Товстик Т. М., Жукова Е. В.</i> Алгоритм приближенного решения задачи коммивояжера	101
<i>Фильченков А. А., Тулупьев А. Л.</i> Связность и ацикличность первичной структуры алгебраической байесовской сети	110

МЕХАНИКА

<i>Амелюшкин И. А.</i> Оптика зондирования осесимметричного обтекания тел монодисперсным аэрозольным потоком	120
<i>Береславский Э. Н., Пестерев Е. В.</i> О некоторых гидродинамических схемах, связанных с обтеканием шпунта Жуковского	130
<i>Долматов Е. Н., Брагов А. М., Петров Ю. В.</i> Исследование предельных характеристик динамического разрушения горных пород на примере габбро-диабазы	139

ХРОНИКА

Памяти Игоря Леонидовича Братчикова	147
Александр Михайлович Шауман (1935–2012)	150
Аннотации	152
Abstracts	158
Contents	172

АННОТАЦИИ

УДК 512.5

Генералов А. И. **О расщеплении идемпотентов в предтриангулированных категориях** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2013. Вып. 1. С. 7–9.

На случай предтриангулированных категорий переносится теорема Ле и Чена о расщеплении идемпотентов в триангулированных категориях, на которых задана ограниченная t -структура.

Ключевые слова: предтриангулированная категория, t -структура, расщепляющиеся идемпотенты.

Библиогр. 6 назв.

УДК 512.5

Kanel-Belov A., Kunyavski B., Plotkin E. **Word equations in simple groups and polynomial equations in simple algebras** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2013. Вып. 1. С. 10–24.

Дается краткий обзор последних результатов в исследовании вербальных отображений простых групп и полиномиальных отображений простых ассоциативных алгебр и алгебр Ли. Проводятся параллели между этими теориями, позволяющие ставить много новых задач и дающие новые пути решения старых.

Ключевые слова: вербальный, простые группы, алгебры Ли, простые ассоциативные алгебры.

Библиогр. 86 назв.

УДК 512.544.2+512.74

Койбаев В. А. **Замкнутые сети в линейных группах** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2013. Вып. 1. С. 25–33.

В статье дается обзор результатов автора, посвященных теории элементарных сетей (ковров). В частности, исследуются замкнутые (допустимые) сети. Для элементарной сети (сети без диагонали) аддитивных подгрупп произвольного коммутативного кольца определяются производная сеть, замыкание сети и сеть, ассоциированная с элементарной группой. Приводится факторизация элементарной группы, на основе которой строится пример замкнутой (допустимой) сети, которая не дополняется до (полной) сети. Для элементарной сети σ порядка 3 аддитивных подгрупп коммутативного кольца получено разложение элементарной трансвекции из элементарной группы $E(\sigma)$.

Ключевые слова: сети, элементарные сети, замкнутые сети, сетевые группы, элементарная группа, трансвекция.

Библиогр. 9 назв.

УДК 512.74

Куликова Е. А., Ставрова А. К. **Централизатор элементарной подгруппы в изотропной редуکتивной группе** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2013. Вып. 1. С. 34–42.

Пусть G — изотропная редуکتивная группа над коммутативным кольцом R , такая что для любого максимального идеала M в R , редуکتивная группа G_{R_M} удовлетворяет следующему условию: любая нормальная полупростая подгруппа в G_{R_M} имеет изотропный ранг ≥ 2 . Мы показываем, что при этих предположениях централизатор элементарной подгруппы $E(R)$ в $G(R)$ совпадает с теоретико-групповым центром $G(R)$, а также с $Cent(G)(R)$. Эта теорема обобщает аналогичный результат Е. Абе и Дж. Херли для групп Шевалле.

Ключевые слова: изотропная редуктивная группа, группа Шевалле, элементарная подгруппа, центр редуктивной группы, относительные корневые подсхемы, коммутационная формула Шевалле.

Библиогр. 9 назв.

УДК 512.743.7

Лузгарев А. Ю. **Не зависящие от характеристики инварианты четвертой степени для $G(E_7, R)$** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2013. Вып. 1. С. 43–50.

Группа Шевалле типа E_7 над полем характеристики, отличной от 2, совпадает со стабилизатором некоторой формы четвертой степени на 56-мерном векторном пространстве. Для снятия ограничения на характеристику необходимо переходить к рассмотрению форм, не являющихся симметричными. В статье описано пространство четырехлинейных форм, которые стабилизируются группой Шевалле типа E_7 в минимальном представлении над произвольным коммутативным кольцом.

Ключевые слова: линейные алгебраические группы, группы Шевалле, теория представлений.

Библиогр. 16 назв. Ил. 1.

УДК 510.6+512.7

Plotkin B. **Algebraic logic and logical geometry. Two in one** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2013. Вып. 1. С. 51–60.

Цель работы — ввести понятие изотипичных алгебр и сформулировать ряд связанных с этим понятием новых задач.

Ключевые слова: изотипичные алгебры, алгебраическая логика, логическая геометрия.

Библиогр. 11 назв.

УДК 512.74

Bui Xuan Hai, Nguyen Van Thin. **On subnormal subgroups in general skew linear groups** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2013. Вып. 1. С. 61–67.

Изучаются субнормальные подгруппы $GL_n(D)$, $n \geq 1$ над кольцом с делением D . Найдены условия, при которых такие подгруппы центральны. В частности, в случае $n = 1$ наши результаты можно считать обобщением ряда теорем коммутативности для колец с делением.

Ключевые слова: кольцо с делением, слабо локально конечный, алгебраический, субнормальные подгруппы, энгелевы подгруппы.

Библиогр. 20 назв.

УДК 517.925

Дороденков А. А. **Устойчивость и бифуркация положения равновесия одной существенно нелинейной системы** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2013. Вып. 1. С. 68–71.

Рассматриваются малые, периодические по времени возмущения системы

$$\dot{x} = y, \quad \dot{y} = -x^2 \operatorname{sgn} x, \quad \dot{z} = Az,$$

где A — гиперболическая матрица.

Исследуется устойчивость по Ляпунову положения равновесия и бифуркация рождения инвариантных двумерных торов.

Ключевые слова: устойчивость, инвариантные торы, бифуркация.

Библиогр. 5 назв.

Дмитриев А. В., Ермаков С. М., Ермаков К. С. **Параллельный Монте-Карло метод оценки американских опционов** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2013. Вып. 1. С. 72–81.

В работе на примере задачи расчета стоимости американского опциона рассматривается параллельный вариант решения нелинейных задач методом Монте-Карло. Для нахождения стоимости американских опционов используется метод штрафных функций для численного решения уравнения Блэка—Шоулза. При этом удается свести исходную задачу с подвижной границей к задаче с фиксированной областью путем добавления непрерывной функции к уравнению Блэка—Шоулза. В качестве численного метода приближенного решения уравнения был выбран метод конечных разностей. Метод конечных разностей предполагает введение на области сетки, после чего исходные уравнения в узлах сетки заменяются на приближенные, и задача сводится к решению системы уравнений относительно значений искомой функции в узлах сетки. Предложен алгоритм численного решения получившейся задачи методом Монте-Карло, обладающий свойствами естественного параллелизма. Рассмотрен вопрос несмещенности возникающих в методе Монте-Карло оценок. Используя стохастические методы, важно контролировать дисперсии получающихся оценок. В случае экспоненциального роста дисперсии при увеличении шагов по времени будет наблюдаться явление стохастической неустойчивости алгоритма метода Монте-Карло. В работе получены достаточные условия стохастической устойчивости предложенного алгоритма. Была проведена серия численных экспериментов, демонстрирующая работу алгоритма метода Монте-Карло при различных значениях параметров.

Ключевые слова: Метод Монте-Карло, статистическое моделирование, американские опционы, метод штрафных функций.

Библиогр. 5 назв. Ил. 2.

Кривулин Н. К. **О решении одной многомерной экстремальной задачи в тропической математике** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2013. Вып. 1. С. 82–90.

Рассматриваются тропические экстремальные задачи, которые заключаются в минимизации линейных или нелинейных функционалов, заданных на конечномерных полумодулях над идемпотентными полуполями, и могут иметь дополнительные ограничения, наложенные на множество допустимых решений в форме тропических линейных уравнений и неравенств. Среди таких задач имеются идемпотентные аналоги задач линейного программирования и их обобщения с нелинейной целевой функцией. Для большинства задач, представляющих интерес, известны только частные, а не общие решения. Во многих случаях решения получены не в замкнутой форме, а находятся с помощью итеративного вычислительного алгоритма, который вырабатывает одно из решений, если они существуют, или указывает на отсутствие решений в противном случае. В этой статье изучается новая задача с нелинейной целевой функцией без ограничений для того, чтобы получить исчерпывающее решение. Эта задача обобщает две другие задачи, которые встречаются в ряде приложений, включая минимаксные задачи размещения одиночных объектов с прямоугольной метрикой и метрикой Чебышёва. Для решения задачи предлагается подход на основе использования спектральных свойств тропических линейных операторов, а также методов решения тропических линейных неравенств. Дано общее решение в замкнутой форме, которое представляется достаточно удобным как для дальнейшего анализа, так и для разработки вычислительных процедур.

Ключевые слова: идемпотентное полуполе, полумодуль, нелинейный функционал, экстремальная задача, линейное неравенство, тропическая математика.

Библиогр. 17 назв.

УДК 517.518.14

Меркулов А. С. **Сингулярные интегралы, аналогичные коммутаторам Кальдерона** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2013. Вып. 1. С. 91–95.

Пусть $\omega(z)$ — вес на комплексной плоскости \mathbb{C} , удовлетворяющий условию A_p Макенхаупта, $1 < p < \infty$, $V(z)$ — комплекснозначная функция, для которой справедливо соотношение $|V(z) - V(\zeta)| \leq |z - \zeta|$, $z, \zeta \in \mathbb{C}$. Определим следующий оператор $S_n^* f(z)$:

$$S_n^* f(z) = \sup_{\varepsilon > 0} \left| \int_{|\zeta - z| > \varepsilon} \frac{|V(\zeta) - V(z)|^{2n}}{(\zeta - z)^{2n}} \frac{f(\zeta)}{(\zeta - z)^2} d\sigma(\zeta) \right|.$$

В работе доказана теорема.

Теорема. Справедлива оценка

$$\|S_n^* f\|_{p, \omega} \leq b_1 n^{\frac{3}{2}} \|f\|_{p, \omega},$$

где

$$\|f\|_{p, \omega} = \left(\int_{\mathbb{C}} |f(\zeta)|^p \omega(\zeta) d\sigma(\zeta) \right)^{\frac{1}{p}}.$$

Ключевые слова: сингулярные интегралы, веса Макенхаупта, коммутаторы Кальдерона. Библиогр. 4 назв.

УДК 517.917

Родионова А. А. **Точечно-слабое свойство отслеживания в динамических системах** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2013. Вып. 1. С. 96–100.

В данной статье исследуются ω -предельные множества областей фазового пространства динамической системы. Основным является вопрос об устойчивости по Ляпунову таких множеств. Вводится новое свойство отслеживания динамических систем (точечно-слабое свойство). Показано, что в терминах этого свойства можно получить достаточные условия, при которых устойчивость по Ляпунову предельных множеств областей — типичное свойство.

Ключевые слова: динамические системы, слабое отслеживание, предельные множества областей.

Библиогр. 6 назв.

УДК 519.245

Товстик Т. М., Жукова Е. В. **Алгоритм приближенного решения задачи коммивояжера** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2013. Вып. 1. С. 101–109.

Для приближенного решения задачи коммивояжера предлагается алгоритм построения хорошего начального приближения. Последующие приближения строятся с помощью моделирования динамических полей методом Метрополиса при наличии коэффициента отжига. Обсуждается выбор коэффициента отжига. Метод имитации отжига применяется к отдельным участкам пути. Алгоритм приводит к маршруту, близкому к оптимальному и не имеющему самопересечений. Приводятся примеры, в которых, в частности, дается сравнение полученных результатов с результатами других авторов.

Ключевые слова: задача коммивояжера, метод Метрополиса, имитация отжига.

Библиогр. 9 назв. Ил. 6. Табл. 1.

Фильченков А. А., Тулупьев А. Л. **Связность и ацикличность первичной структуры алгебраической байесовской сети** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2013. Вып. 1. С. 110–119.

Алгебраические байесовские сети (АБС) представляют в терминах области искусственного интеллекта логико-вероятностную графическую модель баз фрагментов знаний с неопределенностью, а в терминологии математических наук — комплекс сложноустроенных случайных элементов. Особенностью АБС является то, что для представления неопределенности в них используются как скалярные, так и интервальные оценки вероятности. Математической моделью фрагмента знаний (ФЗ) в теории АБС выступает идеал конъюнктов с заданными над ними оценками вероятности истинности. Набор (база) таких ФЗ, максимальных по включению, называется первичной структурой АБС, а построенный над ней особый граф (граф смежности) — вторичной структурой. Задачей глобального обучения АБС является синтез указанных структур. Выделяются две подзадачи: синтез первичной структуры АБС по обучающей выборке и синтез вторичной структуры АБС по ее первичной структуре. Вторичной структурой может выступать только граф смежности, и, более того, дерево смежности (т. е. связный и ацикличный граф смежности).

Доказана теорема о том, что для данной первичной структуры АБС все графы смежности, построенные над ней, являются связными или несвязными одновременно. Благодаря этому связной первичной структурой называется та, над которой возможно построение связного графа смежности. Приведен и обоснован критерий выявления связности первичной структуры АБС, не опирающийся на графы смежности.

Доказана теорема о том, что множество ациклических графов смежности, которые можно построить над данной первичной структурой АБС, если оно не пусто, совпадает с множеством минимальных графов смежности. Первичные структуры АБС, для которых указанное множество не пусто, называются ациклическими. Приведены два критерия выявления ациклическости первичной структуры, не опирающиеся на графы смежности.

Благодаря полученным результатам задачу синтеза первичной структуры АБС (первую задачу глобального обучения АБС), над которой можно построить сеть, позволяющую осуществлять работу ее основных алгоритмов, можно решать, не прибегая к понятию графа смежности, т. е. без решения второй задачи глобального обучения АБС.

Ключевые слова: вероятностные графические модели, глобальная структура, алгебраическая байесовская сеть, графы смежности, теория графов, ациклическость.

Библиогр. 46 назв.

Амелюшкин И. А. **Оптика зондирования осесимметричного обтекания тел монодисперсным аэрозольным потоком** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2013. Вып. 1. С. 120–129.

Развита физико-математическая модель и численный алгоритм переноса излучения в монодисперсном аэрозольном потоке вблизи обтекаемых им тел. Зависимость интенсивности рассеянного частицами излучения от их концентрации описывается нелинейным интегральным уравнением. Предложен новый алгоритм и численный метод решения нелинейного интегрального уравнения для обратной оптической задачи определения пространственного распределения массы частиц в осесимметричном монодисперсном аэрозольном потоке.

Ключевые слова: интенсивность излучения, концентрация частиц, регистрация изображения, рассеивание, ослабление, интегральные уравнения, обратная задача.

Библиогр. 7 назв. Ил. 4. Табл. 2.

УДК 532.546

Береславский Э.Н., Пестерев Е.В. **О некоторых гидродинамических схемах, связанных с обтеканием шпунта Жуковского** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2013. Вып. 1. С. 130–138.

В рамках двумерной стационарной фильтрации в однородном и изотропном грунте несжимаемой жидкости по закону Дарси исследуются фильтрационные течения со свободными границами под шпунтом Жуковского через орошаемый почвенный слой с нижележащим сильнопроницаемым напорным горизонтом, содержащим подземные или артезианские воды, напор в котором имеет постоянное значение. Изучается движение при бесконечной величине скорости фильтрации на конце шпунта. При этом рассматривается наиболее общий случай течения, при котором на обоих фиксированных водопроницаемых участках расход принимает экстремальные значения, а граничная точка нулевой скорости выходит на шпунт. Отмечаются предельные случаи течения, связанные как с отсутствием подпора в нижележащем хорошо проницаемом горизонте, так и непроницаемого включения. Исследована смежная схема, которая описывается за рамками ограничений на неизвестные параметры конформного отображения, обеспечивающих реализацию рассматриваемой основной математической модели, что приводит к двулистности соответствующей области комплексной скорости. Решение соответствующих многопараметрических смешанных краевых задач теории аналитических функций осуществляется с помощью метода П. Я. Полубариновой-Кочиной, а также разработанных для областей специального вида способов конформного отображения. Приводятся результаты численных расчетов, и дается подробный гидродинамический анализ влияния определяющих физических параметров схемы на картину течений и отмечаются некоторые особенности разрабатываемых математических моделей.

Ключевые слова: фильтрация, грунтовые воды, шпунт, область комплексной скорости, конформные отображения.

Библиогр. 18 назв. Ил. 5. Табл. 5.

УДК 539.3

Долматов Е.Н., Брагов А.М., Петров Ю.В. **Исследование предельных характеристик динамического разрушения горных пород на примере габбро-диабаз** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2013. Вып. 1. С. 139–146.

В работе изучаются эффекты, возникающие при динамическом разрушении горной породы — габбро-диабаз. Излагается методика испытаний и подход по предсказанию скоростных зависимостей прочности, основанный на структурно-временном критерии разрушения. Определены инкубационные времена разрушения из экспериментов по раскалыванию габбро-диабаз «бразильским тестом» и экспериментов по одноосному сжатию.

Ключевые слова: динамическое разрушение, инкубационное время, «бразильский тест», раскалывание, сжатие, прочность, габбро-диабаз.

Библиогр. 11 назв. Ил. 6. Табл. 1.

ABSTRACTS

UDK 512.5

Generalov A. I. **On splitting of idempotents in pre-triangulated categories** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2013. Issue 1. P. 7–9.

Generalov Aleksandr I. — St.Petersburg State University, Universitetskaya nab. 7/9, St.Petersburg, 199034, Russia, general@pdmi.ras.ru

Theorem of Le and Chen that states a splitting of idempotents in triangulated categories with a bounded t -structure is extended to pre-triangulated categories.

Keywords: pre-triangulated category, t -structure, split idempotents.

Bibliogr. 6 references.

References

1. Le J., Chen X.-W. *J. Algebra.* 2007. Vol.310. No.1. P.452–457.
2. Verdier J.-L. *Lect. Notes Math.* 1977. Vol.569. P.262–311.
3. Verdier J.-L. *Des catégories dérivées des catégories abéliennes.* Astérisque. 1996. Vol.239.
4. Gelfand S.I., Manin Yu.I. *Methods of Homological Algebra.* Vol.1. Moscow, 1988. [in Russian]
5. Generalov A.I. *St. Petersburg Math. J.* 2000. Vol.11. Issue 3. P.419–440.
6. Beilinson A.A., Bernstein J., Deligne P. *Faisceaux pervers.* Astérisque. 1982. Vol.100.

UDK 512.5

Kanel-Belov A., Kunyavskii B., Plotkin E. **Word equations in simple groups and polynomial equations in simple algebras** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2013. Issue 1. P. 10–24.

Kanel-Belov Aleksey — Department of Mathematics, Bar-Ilan University, 52900, Ramat Gan, Israel, beloval@macs.biu.ac.il

Kunyavskii Boris — Department of Mathematics, Bar-Ilan University, 52900, Ramat Gan, Israel, kunyav@macs.biu.ac.il

Plotkin Eugeny — Department of Mathematics, Bar-Ilan University, 52900, Ramat Gan, Israel, plotkin@macs.biu.ac.il

We give a brief survey of recent results on word maps on simple groups and polynomial maps on simple associative and Lie algebras. Our focus is on parallelism between these theories, allowing one to state many new open problems and giving new ways for solving older ones.

Keywords: word maps, simple groups, Lie algebras, simple associative algebras.

Bibliogr. 86 references.

References

1. Amitsur S.A. *J. London Math. Soc.* 1955. Vol.20. P.464–470.
2. Amitsur S.A. *J. London Math. Soc.* 1955. Vol.20. P.470–475.
3. Amitsur S.A., Rowen L.H. *Israel J. Math.* 1994. Vol.87. P.161–179.
4. Auel A., Brussel E., Garibaldi S., Vishne U. *Transform. Groups.* 2011. Vol.16. P.219–264.
5. Bandman T., Garion S., Grunewald F. *Groups Geom. Dyn.* 2012. Vol.6. P.409–439.
6. Bandman T., Garion S., Kunyavskii B. *Equations in simple matrix groups: algebra, geometry, arithmetic, dynamics.* Preprint. 2012.
7. Bandman T., Gordeev N., Kunyavskii B., Plotkin E. *J. Algebra.* 2012. Vol.355. P.67–79.
8. Barge J., Ghys E. *Math. Ann.* 1992. Vol.294. P.235–265.
9. Basmajian A., Maskit B. *Trans. Amer. Math. Soc.* 2012. Vol.364. P.5015–5033.
10. Belov A. Ya. *Siberian Math. J.* 2003. Vol.44. P.969–980.
11. Borel A. *Enseign. Math.* 1983. Vol.29. P.151–164.
12. Brown G. *Proc. Amer. Math. Soc.* 1963. Vol.14. P.763–767.
13. Caprace P.-E., Fujiwara K. *Geom. Funct. Anal.* 2010. Vol.19. P.1296–1319.
14. Casals-Ruiz M., Kazachkov I. *Mem. Amer. Math. Soc.* 2011. Vol.212. no.999.
15. Chatterjee P. *Math. Res. Lett.* 2002. Vol.9. P.741–756.
16. Chatterjee P. *Math. Res. Lett.* 2003. Vol.10. P.625–633.
17. Chatterjee P. *J. reine angew. Math.* 2009. Vol.629. P.201–220.
18. Chatterjee P. *Adv. Math.* 2011. Vol.226. P.4639–4666.
19. Chuang C.-L. *Proc. Amer. Math. Soc.* 1990. Vol.110. P.293–302.

20. Deligne P., Sullivan D. *Enseign. Math.* 1983. Vol.29. P.145–150.
21. Dennis R.K., Vaserstein L.N. *K-Theory.* 1989. Vol.2. P.761–767.
22. Donkin S. *Invent. Math.* 1992. Vol.110. P.389–401.
23. Droste M., Rivin I. *Bull. Lond. Math. Soc.* 2010. Vol.42. P.1044–1054.
24. Droste M., Truss J.K. *J. Group Theory.* 2006. Vol.9. P.815–836.
25. Elkasapy A., Thom A. About Gotô's method showing surjectivity of word maps. [arXiv:1207.5596](https://arxiv.org/abs/1207.5596).
26. Ellers E.W., Gordeev N. *Trans. Amer. Math. Soc.* 1998. Vol.350. P.3657–3671.
27. Formanek E. J. *Algebra.* 1972. Vol.23. P.129–132.
28. Formanek E. J. *Algebra.* 2002. Vol.258. P.310–320.
29. Gambaudo J.-M., Ghys E. *Ergodic Theory Dynam. Systems.* 2004. Vol.24. P.1591–1617.
30. Gordeev N. J. *Algebra.* 2006. Vol.295. P.62–80.
31. Gordon S.R. *Pacific J. Math.* 1974. Vol.51. P.131–141.
32. Gow R. *Bull. London Math. Soc.* 2000. Vol.32. P.311–315.
33. Gray A.B., Jr. Infinite symmetric groups and monomial groups. Ph.D. Thesis, New Mexico State Univ., 1960.
34. Gupta C.K., Holubowski W. *Linear Algebra Appl.* 2012. Vol.436. P.4279–4284.
35. Guralnick R.M., Kantor W.M. *J. Algebra.* 2000. Vol.234. P.743–792.
36. Guralnick R., Malle G. *J. Amer. Math. Soc.* 2012. Vol.25. P.77–121.
37. Harpe P. de la, Skandalis G. *J. Funct. Anal.* 1985. Vol.62. P.354–378.
38. Hazrat R., Stepanov A., Vavilov N., Zhang Z. *J. Math. Sci. (New York).* 2011. Vol.179. P.662–678.
39. Hazrat R., Stepanov A., Vavilov N., Zhang Z. Commutator width in Chevalley groups. [arXiv:1206.2128](https://arxiv.org/abs/1206.2128).
40. Isaacs I.M. *Amer. Math. Monthly.* 1977. Vol.84. P.720–722.
41. Jambor S., Liebeck M.W., O'Brien E.A. Some word maps that are non-surjective on infinitely many finite simple groups. [arXiv:1205.1952](https://arxiv.org/abs/1205.1952).
42. Kanel-Belov A., Malev S., Rowen L. *Proc. Amer. Math. Soc.* 2012. Vol.140. P.465–478.
43. Kassabov M., Nikolov N. Words with few values in finite simple groups. [arXiv:1112.5484](https://arxiv.org/abs/1112.5484).
44. Katre S.A., Garge A.S. *Proc. Amer. Math. Soc.*, to appear.
45. Klimenko E. Engel maps for $PSL_2(\mathbb{C})$, Preprint.
46. Kunyavskii B. *Progr. Math.* Vol.282. Boston, MA: Birkhäuser, 2010. P.209–217.
47. Larsen M. *Israel J. Math.* 2004. Vol.139. P.149–156.
48. Larsen M., Shalev A., Tiep P.H. *Ann. Math.* 2011. Vol.174. P.1885–1950.
49. Larsen M., Shalev A., Tiep P.H. Waring problem for finite quasisimple groups. [arXiv:1107.3341](https://arxiv.org/abs/1107.3341).
50. Le Bruyn L. *Israel J. Math.* 1991. Vol.76. P.97–111.
51. Levy M. Word maps with small image in simple groups. [arXiv:1206.1206](https://arxiv.org/abs/1206.1206).
52. Liebeck M.W., O'Brien E.A., Shalev A., Tiep P.H. *J. Europ. Math. Soc.* 2010. Vol.12. P.939–1008.
53. Liebeck M.W., O'Brien E.A., Shalev A., Tiep P.H. *Bull. London Math. Soc.* 2011. Vol.43. P.1079–1092.
54. Liebeck M.W., Shalev A. *Ann. Math.* 2001. Vol.154. P.383–406.
55. Lyndon R.C. *Mots. Langue, Raisonnement, Calcul.* Paris: Hermès, 1990. P.143–152.
56. Makar-Limanov L. *J. Algebra.* 1985. Vol.93. P.117–135.
57. Maroli J. A. *Proc. Amer. Math. Soc.* 1990. Vol.110. P.859–869.
58. Martinez C., Zelmanov E. *Israel J. Math.* 1996. Vol.96. P.469–479.
59. Merzljakov Ju.I. *Algebra i Logika Sem.* 6, no.1. P.83–94. [Russian]
60. Mesyan Z. *Bull. Austral. Math. Soc.* 2006. Vol.74. P.279–288.
61. Morita J., Plotkin E. *Comm. Algebra.* 1999. Vol.27. P.465–475.
62. Muranov A. *Internat. J. Algebra Computation.* 2007. Vol.17. P.607–659.
63. Muranov A. *J. Topol. Anal.* 2010. Vol.2. P.341–384.
64. Mycielski J. *Amer. Math. Monthly.* 1977. Vol.84. P.723–726.
65. Nikolov N. Algebraic properties of profinite groups. [arXiv:1108.5130](https://arxiv.org/abs/1108.5130).
66. Nikolov N., Segal D. *Groups Geom. Dyn.* 2011. Vol.5. P.501–507.
67. Ore O. *Proc. Amer. Math. Soc.* 1951. Vol.2. P.307–314.
68. Procesi C. *Adv. Math.* 1976. Vol.19. P.306–381.
69. Pumplün S. *Proc. Amer. Math. Soc.* 2005. Vol.133. P.3143–3152.
70. Pumplün S. *Beiträge Algebra Geom.* 2007. Vol.48. P.291–301.
71. Razmyslov Yu. *Math USSR Izv.* 1973. Vol.7. P.479–496.
72. Ree R. *Proc. Amer. Math. Soc.* 1964. Vol.15. P.457–460.
73. Rosset M. Elements of trace zero and commutators. Ph.D. Thesis, Bar-Ilan Univ., 1997.
74. Rosset M., Rosset S. *Lecture Notes Pure Appl. Math.* Vol.159. New York: Marcel Dekker, 1994. P.205–211.

75. Rosset M., Rosset S. *Comm. Algebra* 2000. Vol.28. P.3059–3072.
 76. Rowen L.H. *Polynomial identities in ring theory*. New York: Academic Press, 1980.
 77. Saxl J., Wilson J.S. *Math. Proc. Cambridge Phil. Soc.* 1997. Vol.122. P.91–94.
 78. Segal D. *London Math. Soc. Lecture Notes Ser.* 2009. Vol.361, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2009.
 79. Shalev A. *Turkish J. Math.* 2007. Vol.31. P.131–148.
 80. Shalev A. *Contemp. Math.* 2012. Vol.566. P.331–344.
 81. Stein A. *Beiträge Algebra Geom.* 1998. Vol.39. P.349–358.
 82. Steinberg R. *Math. Res. Lett.* 2003. Vol.10. P.621–624.
 83. Stepanov A. *Universal localization in algebraic groups*. Preprint, 2010, available at <http://alexei.stepanov.spb.ru/papers/formal.pdf>.
 84. Vaserstein L.N. *Linear Multilin. Algebra*. 1987. Vol.21. P.261–270.
 85. Vaserstein L.N., Wheland E. *Linear Algebra Appl.* 1990. Vol.142. P.263–277.
 86. Ye S.-K., Chen S., Wang C.-S. *Comm. Algebra*. 2009. Vol.37. P.3054–3063.

UDK 512.544.2+512.74

Koibaev V. A. Closed nets in linear groups // *Vestnik St.Petersburg University*. Ser. 1. 2013. Issue 1. P. 25–33.

Koibaev Vladimir A. — K. L. Khetagurov North-Ossetian State University, ul. Vatutina 44-46, Vladikavkaz, 362025, Russia; South Mathematical Institute of the Russian Academy of Sciences, ul. Markusa 22, Vladikavkaz, 362027, Russia, koibaev-K1@yandex.ru

The article provides an overview of the author, on the theory elementary nets (carpets). In particular, we study closed (allowed) nets. For elementary nets (nets without the diagonal) additive subgroups defined by an arbitrary commutative ring derivative net circuit net and the net associated with the elementary group. Factorization provides elementary, based on which we construct an example of a closed net which is not extended to a (complete) net. For the elementary net σ of order 3 additive subgroups of a commutative ring an expansion of the elementary transvections of elementary group $E(\sigma)$.

Keywords: nets, elementary nets, closed nets, net groups, elementary group, transvection.

Bibliogr. 9 references.

References

1. Borevich Z.I. *J. Sov. Math.* 1987. Vol.37(2). P.928–934.
2. Kargapolov M.I. and Merzlyakov Yu.I. *Fundamentals of Group Theory*. Moscow, Nauka, 1982 [in Russian].
3. Koibaev V.A. *Vladikavkaz. Mat. Zh.* 2010. Vol.12, issue 4. P.39–43.
4. Koibaev V.A. *Trudy Inst. Mat. i Mekh. UrO RAN.* 2011. Vol.17, no.4. P.134–141.
5. Koibaev V.A. *J. Sib. Fed. Univ. Math. Phys.* 2012. Vol.5, issue 3. P.388–392.
6. *Unsolved Problems in Group Theory: the Kourovka Notebook*. 17th edition. Novosibirsk, 2010 [in Russian].
7. Levchuk V.M. *Algebra I Logika.* 1983. Vol.22, no.5. P.421–434.
8. Nuzhin Ya.N. *J. Sib. Fed. Univ. Math. Phys.* 2011. Vol.4, issue 4. P.527–535.
9. Nuzhin Ya.N. *Trudy Inst. Mat. i Mekh. UrO RAN.* 2012. Vol.18, no.3. P.195–200.

UDK 512.74

Kulikova E. A., Stavrova A. K. Centralizer of the elementary subgroup of an isotropic reductive group // *Vestnik St.Petersburg University*. Ser. 1. 2013. Issue 1. P. 34–42.

Kulikova Ekaterina A. — Herzen State Pedagogical University, St.Petersburg, Russia, sopkina@yandex.ru
Stavrova Anastasiya K. — St. Petersburg State University, St. Petersburg, Russia; University of Duisburg-Essen, Duisburg, Germany, a_stavrova@mail.ru

Let G be an isotropic reductive algebraic group over a commutative ring R . Assume that, for any maximal ideal M of R , the isotropic rank of every normal semisimple subgroup of G_{R_M} is ≥ 2 . We show that under this assumption the centralizer of the elementary subgroup $E(R)$ in $G(R)$ coincides with the group-theoretic center of $G(R)$ and with $\text{Cent}(G)(R)$. This generalizes a result of E. Abe and J. Hurley for Chevalley groups.

Keywords: isotropic reductive group, Chevalley group, elementary subgroup, center of a reductive group, relative root subschemes, Chevalley commutator formula.

Bibliogr. 9 references.

References

1. Luzgarev A.Yu. and Stavrova A.K. Algebra Analiz. 2011. Vol.23. P.140–154.
2. Abe E. and Hurley J. F. Comm. in Algebra. 1988. Vol.16. P.57–74.
3. Demazure M. and Grothendieck A. Lecture Notes in Mathematics. Vols.151–153. Berlin-Heidelberg-New York, Springer-Verlag, 1970.
4. Matsumoto H. Ann. Sci. de l'E.N.S. 4th. 1969. Ser. 2(1). P.1–62.
5. Petrov V. and Stavrova A. St. Petersburg Math. J. 2009. Vol.20. P.625–644.
6. Petrov V. and Stavrova A. Transformation Groups. 2011. Vol.16. P.193–217.
7. Stavrova A. Algebra Colloq. 2009. Vol.16. P.631–648.
8. Tits J. Proc. Sympos. Pure Math. Vol.9. Amer. Math. Soc., Providence RI, 1966. P.33–62.
9. Waterhouse W.C. Introduction to Affine Group Schemes. New York, Springer-Verlag, 1979

UDK 512.743.7

Luzgarev A. Yu. Characteristic free quartic invariants for $G(E_7, R)$ // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2013. Issue 1. P. 43–50.

Luzgarev Alexander Yu. — St. Petersburg State University, Universitetskaya nab. 7/9, St. Petersburg, 199034, Russia, mahalex@yandex.ru

Chevalley group of type E_7 over a field of characteristic not 2 coincides with stabiliser of a certain quartic form on a 56-dimensional space. In order to lift the restrictions on the characteristic one needs to consider non-symmetric forms. We describe the space of four-linear forms stabilised by a Chevalley group of type E_7 in a minimal representation over arbitrary commutative ring.

Keywords: linear algebraic groups, Chevalley groups, representation theory

Bibliogr. 16 references. Fig. 1.

References

1. Vavilov N.A. and Luzgarev A.Yu. Algebra Analiz. 2007. Vol.19, no.5. P.35–62. (Engl. transl.: St. Petersburg Math. J. 2008. Vol.19. P.699–718.)
2. Vavilov N.A. and Luzgarev A.Yu. Zap. Nauchn. Sem. POMI. 2011. Vol.386. P.5–99. (Engl. transl.: J. Math. Sci. 2012. Vol.180 (3). P.197–251.)
3. Vavilov N.A., Luzgarev A.Yu., and Pevzner I.M. Zap. Nauchn. Sem. POMI. 2006. Vol.338. P.5–68. (Engl. transl.: J. Math. Sci. 2007. Vol.145 (1). P.4697–4736.)
4. Aschbacher M. Geom. Dedicata. 1988. Vol.25. no.1–3. P.417–465.
5. Brown R.B.J. Reine Angew. Math. 1969. Vol.236. P.79–102.
6. Cooperstein B.N. J. Algebra. 1995. Vol.173, no.2. P.361–389.
7. Freudenthal H. Proc. Nederl. Akad. Wetensch. Ser. A. 1953. Vol.56. P.81–89.
8. Garibaldi R.S. Comm. Algebra. 2001. Vol.29, no.6. P.2689–2710.
9. Helenius F. Freudenthal Triple Systems by Root System Methods, arXiv/1005.1275. 2010.
10. Lurie J. Comment. Math. Helv. 2001. Vol.76. no.3. P.515–575.
11. Rohrle G.E. Contemp. Math. 1993. Vol.153. P.143–155.
12. Springer T.A. Nagoya Math. J. 2006. Vol.182. P.259–284.
13. Tits J. Acad. Roy. Belg. Bull. Cl. Sci. 1953. Vol.39. P.309–329.
14. Tits J. Acad. Roy. Belg. Bull. Cl. Sci. 1954. Vol.40. P.29–40.
15. Vavilov N.A. Rend. Sem. Mat. Univ. Padova. 2000. Vol.104. P.201–250.
16. Vavilov N.A. Zap. Nauchn. Sem. POMI. 2001. Vol.281. P.60–104.

UDK 510.6+512.7

Plotkin B. Algebraic logic and logical geometry. Two in one // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2013. Issue 1. P. 51–60.

Plotkin Boris — Institute of Mathematics, Hebrew University, 91904, Jerusalem, Israel, plotkin@macs.biu.ac.il

The aim of the paper is to define the notion of isotypic algebras and to formulate a series of new problems related to this notion.

Keywords: isotypic algebras, algebraic logic, logical geometry.

Bibliogr. 11 references.

References

1. Halmos P.R. Algebraic Logic. New York, 1969.
2. Marker D. Model Theory: An Introduction. Springer Verlag, 2002.
3. Perin C. and Sklinos R. "Homogeneity in the Free Group," Duke Mathematical Journal (to appear, Preprint arXiv: 1003.4095v1 [math.GM]).
4. Pillay A. Proc. Amer. Math. Soc. 2009. Vol.137 P.3911–3917.
5. Plotkin B. Universal Algebra, Algebraic Logic and Databases. Kruwer Acad. Publ., 1994.
6. Plotkin B. Algebra, Categories, and Databases. Handbook of Algebra, vol.2. Elsevier, 2000. P.81–148.
7. Plotkin B. Sovremennaja Matematika and Applications. 2004. Vol.22. P.16–62 (Engl. transl.: Journal of Math. Sciences. 2006. Vol.137 (5). P.5049–5097.)
8. Plotkin B. Proceedings of the International Conference on Mathematical Logic, Algebra and Set Theory, dedicated to 100 anniversary of P.S.Novikov, Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics, MIAN, 2003, Vol.242. P.176–207. Arxiv: math.GM/0210194.
9. Plotkin B. and Plotkin T. Algebra Universalis. 2001. Vol.46, issue 1–2. P.131–161.
10. Plotkin B., Aladova E., and Plotkin E. Journal of Algebra and Its Applications. 2013. Vol.12, no.2.
11. Zhitomirski G. On logically-geometric types of algebras. Preprint arXiv: 1202.5417v1 [math.LO].

UDK 512.74

Bui Xuan Hai, Nguyen Van Thin. On subnormal subgroups in general skew linear groups // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2013. Issue 1. P. 61–67.

Bui Xuan Hai — VNU-HCMC, University of Science, 227 Nguyen Van Cu Str., Dist. 5, HCM-City, Vietnam

Nguyen Van Thin — VNU-HCMC, University of Science, 227 Nguyen Van Cu Str., Dist. 5, HCM-City, Vietnam

Given a division ring D , we study subnormal subgroups of $GL_n(D)$ for $n \geq 1$. We determine different conditions under which such subgroups are central. In particular, in the case $n = 1$, our results can be considered as generalizations of some previous commutativity theorems for division rings.

Keywords: division ring, weakly locally finite, algebraic, subnormal subgroups, Engel subgroups.

Bibliogr. 20 references.

References

1. Akbari S., Mahdavi-Hezavehi M., and Mahmudi M.G. J. Algebra. 1999. Vol.217. P.422–433.
2. Akbari S. and Mahdavi-Hezavehi M. Proceedings of the AMS. 1999. Vol.128, no.6. P.1627–1632.
3. Akbari V., Ebrahimian R., Momenaee Kermani V., and Salehi Golsefidy A. J. Algebra. 2003. Vol.259, no.1. P.201–225.
4. Trinh Thanh Deo, Mai Hoang Bien, and Bui Xuan Hai. J. Algebra. 2012. Vol.365. P.42–49.
5. Gruenberg K.W. J. Algebra. 1966. Vol.3. P.291–303.
6. Hahn A.J. and O'Meara O.T. The Classical Groups and K-Theory. Berlin, Heidelberg, Springer-Verlag, 1989.
7. Bui Xuan Hai and Nguyen Van Thin. Commun. in Algebra. 2009. Vol.37. P.712–718.
8. Bui Xuan Hai and Nguyen Van Thin. Southeast Asian Bulletin of Mathematics. 2008. Vol.32. P.931–937.
9. Bui Xuan Hai and Dang Vu Phuong Ha. Vietnam Journal of Mathematics. 2010. Vol.38(2). P.237–247.
10. Bui Xuan Hai, Mai Hoang Bien, and Trinh Thanh Deo. Algebra Colloquium (in press).
11. Herstein I.N. Israel Journal of Math. 1987. Vol.31, no.2. P.180–188.
12. Kurosh A.G. Bulletin de l'Academie des Sciences de l'URSS, serie mathematique. 1941. Vol.5. P.233–240.
13. Lam T.Y. A First Course in Noncommutative Rings (GTM 131). Springer, 1991.
14. Herstein I.N. Noncommutative Rings. The Carus Mathematical Monographs. Issue 15. 2005.
15. Mahdavi-Hezavehi M., and Akbari S. Algebra Colloq. 1998. Vol.5(4). P.361–370.
16. Mahdavi-Hezavehi M., Mahmudi M.G., and Yasamin S. J. Algebra. 2000. Vol.225. P.517–521.
17. Shivarvani M. and Wehrfritz B.A.F. Skew Linear Groups. Cambridge University Press, 1986.

18. Suprunenko D.A. Matrix Groups. Providence, RI, American Mathematical Society, 1976.
19. Scott W.R. Group Theory. Dover Publication, 1987.
20. Stuth C.J. Proc. Amer. Math. Soc. 1964. Vol.15, no.2. P.211–217.

UDK 517.925

Dorodenkov A. A. Stabiliti and bifurcation of a state of equilibrium of an essentially non-linear sistem // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2013. Issue 1. P. 68–71.

Dorodenkov Alexandr A. — St. Petersburg State University, Universitetskaya nab. 7/9, St. Petersburg, 199034, Russia, alex_math@mail.ru

In this paper we deal with small periodic perturbations of the sistem

$$\dot{x} = y, \quad \dot{y} = -x^2 \operatorname{sign} x, \quad \dot{z} = Az,$$

where A is a constant hiperbolic matrix.

We consider the problems of bifurcation of a production of an ivariant two-dimensional torus and Lyapunov stability of the equilibriu position $x = 0, y = 0, z = 0$ with an additional assumption that A is a hurwitz matrix.

An approach proposed by Lyapunov is used for analysis of these problems. Namely, we change the variables $x = \rho^2 C, y = -\rho^3 S$, where $\rho > 0$, and the functions C, S are a solution of the system of equations $\dot{x} = y, \dot{y} = -x^2 \operatorname{sign} x$, with initial data $C(0) = 1, S(0) = 0$. Thus the problem reduces to the study of the of the properties of the produced functions. These functions are similar to sine and cosine by their properties but the main difference between them is a finite smoothness. This fact should be considered in the investigation.

In the case of stability through several transformations we get a constant, which is involved in the construction of Lyapunov function. If the constant is negative, it is possible to construct a Lyapunov function that satisfies all of the properties, which suffice for availability of the asymptotic stability of the thero solution of the system of equations. If the constant is positive, then it is possible to construct a Lyapunov function with the properties, which are sufficient for the availability of the instability of the zero solution of the system.

In the case of bifurcation through some transformations the system is reduced to the form that satisfy all the conditions, which guarantee the existence of an invariant two-dimensional torus.

These results are of interest to the qualitative theory of differential equations and theoretical mechanics.

Keywords: stability, invariant tori, bifurcation.

Bibliogr. 5 references.

References

1. Dorodenkov A.A. Vestnik St. Petersburg University: Mathematics. 2009. Vol.42, issue 4. P.262–268.
2. Bibikov Y.N., Bukaty V.R., Dorodenkov A.A. Vestnik St. Petersburg University: Mathematics. 2010. Vol.43, Issue 2. P.82–91.
3. Lyapunov A.M. Reseach of one of the special cases of the problem of stability of movement. Collected works. Vol.2. Moscow-Leningrad: Publishing House of the Academy of Sciences, USSR, 1956. P.272–331.
4. Bibikov Y.N. Math Notes. 1999. Vol.65. Issue 3. P.323–335.
5. Hale J.K. Ann. of Math. 1961. Vol.73, no.3. P.496–531.

UDK 519.245

Dmitriev A. V., Ermakov S. M., Ermakov K. S. Parallel Monte-Carlo method for American options pricing // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2013. Issue 1. P. 72–81.

Dmitriev Alexey V. — St. Petersburg State University, Universitetskaya nab. 7/9, St. Petersburg, 199034, Russia, alx.dmitriev@gmail.com

Ermakov Sergej M. — St. Petersburg State University, Universitetskaya nab. 7/9, St. Petersburg, 199034, Russia, Sergej.ermacov@gmail.com

Ermakov Konstantin S. — independent consultant in the field of finance and IT, freelancer, konstantine@ermakov.de

Parallel version of the Monte Carlo method was considered for the American option pricing problem. Penalty method for solving Black-Scholes equation of American option pricing problem numerically was used. In penalty method approach the free and moving boundary is removed by adding a small and continuous penalty term to the Black-Scholes equation. Then the problem can be solved on a fixed domain. The finite difference method was chosen as a numerical method for approximate solving of the equation. The finite difference method implies introduction of a lattice on the domain and replacing original equations by its approximations in lattice nodes. It brings the problem to solving system of equations where unknown variables are function values in lattice nodes. Monte Carlo algorithm which have natural parallel property for solving derived problem was proposed. Problem of unbiasedness of Monte Carlo estimates was considered. While using stochastic methods it is important to control variance of estimates. In case of exponential growth of variance when number of time steps increases we deal with stochastic instability of the Monte Carlo algorithm. Sufficient conditions of stochastic stability of the algorithm were given. Numerical experiments which demonstrate results of the Monte Carlo algorithm were performed.

Keywords: Monte Carlo methods, statistical modeling, American options, penalty method.
Bibliogr. 5 references. Fig. 2.

References

1. Ermakov S.M. Monte Carlo method in quantitative mathematics (Introduction). St. Petersburg, Binom. Laboratoria znaniy, 2009 [in Russian].
2. Ermakov S.M. Vestnik St. Petersburg University: Mathematics. 2010. Vol.43, issue 4. P.211–216.
3. Duffy D. Finite difference methods in financial engineering: a partial differential equation approach. John Wiley & Sons Ltd, 2006.
4. Zvan R., Forsyth P.A., Vetzal K.R. Journal of Computational and Applied Mathematics. 2008. Vol.218. P.91–199.
5. Nielson B.F., Skavhaug O., Tvelto A. J. Comp. Finan. 2002. no.4.

UDK 519.8

Krivulin N. K. On solution of a multidimensional extremal problem in tropical mathematics // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2013. Issue 1. P. 82–90.

Krivulin Nikolai K. — St. Petersburg State University, Universitetskaya nab. 7/9, St. Petersburg, 199034, Russia, nkk@math.spbu.ru

Tropical extremal problems are considered which consist in minimizing linear or nonlinear functionals defined on finite-dimensional semimodules over idempotent semifields, and may have additional constraints imposed on the feasible solution set in the form of tropical linear equations and inequalities. Among the problems are idempotent analogues of linear programming problems and their extensions with nonlinear objective functions. For most problems of interest, there are known only partial, rather than general, solutions. In many cases, the solutions are not given in a closed form, but obtained through an iterative computational algorithm that produces a solution if any, or indicate that there is no solution otherwise. In this paper, a new problem with a nonlinear objective function and without constraints is examined to get a comprehensive solution. The problem generalizes two other problems, each encountered in some applications including minimax single facility location problems with rectilinear and Chebyshev metrics. In order to solve the problem, an approach is proposed which is based on the application of spectral properties of tropical linear operators as well as methods of solving tropical linear inequalities. A general solution is given in a closed form that appears to be quite appropriate for both farther analysis and development of computation procedures.

Keywords: idempotent semifield, semimodule, nonlinear functional, extremal problem, linear inequality, tropical mathematics.

Bibliogr. 17 references.

References

1. Baccelli F., Cohen G., Olsder G.J., Quadrat J.-P. Synchronization and linearity: An algebra for discrete event systems. Chichester: Wiley, 1992.

2. Kolokoltsov V.N., Maslov V.P. Idempotent analysis and its applications. Dordrecht: Kluwer, 1997.
3. Golan J.S. Semirings and affine equations over them: Theory and applications. New York: Springer, 2003.
4. Heidergott B., Olsder G.J., van der Woude J. Max-plus at work: Modeling and analysis of synchronized systems. Princeton: Princeton University Press, 2005.
5. Litvinov G.L. Journal of Mathematical Sciences. 2007. Vol.140, N3. P.426–444. E-print arXiv:math.GM/0507014
6. Butkovič P. Max-linear systems: Theory and algorithms. London: Springer, 2010.
7. Gaubert S., Katz R. D., Sergeev S. Journal of Symbolic Computation. 2012. Vol.47, N 12. P.1447–1478. E-print arXiv:1101.3431
8. Krivulin N.K. Vestnik St. Petersburg University: Mathematics. 2005. Vol.38, N 2. P.42–51.
9. Krivulin N.K. Vestnik St. Petersburg University: Mathematics. 2006. Vol.39, N 2. P.72–83.
10. Krivulin N.K. Methods of idempotent algebra in problems of complex systems modeling and analysis. St. Petersburg, St. Petersburg University Press, 2009. [in Russian]
11. Krivulin N. WSEAS Transactions on Mathematics. 2011. Vol.10, N 6. P.191–200. E-print arXiv:1211.2425
12. Krivulin N. K. Vestnik St. Petersburg University: Mathematics. 2011. Vol.44, N 4. P.272–281.
13. Krivulin N. WSEAS Transactions on Mathematics. 2012. Vol.11, N 7. P.605–614. E-print arXiv:1210.4770
14. Tharwat A., Zimmermann K. Optimization. 2008. Vol.59, N 5. P.619–625.
15. Krivulin N. Tropical and Idempotent Mathematics: International Workshop / G.L.Litvinov, V.P.Maslov, A.G.Kushner, S.N.Sergeev (Eds.). Moscow, 2012. P.132–139.
16. Krivulin N. Advances in Computer Science: Proc. 6th WSEAS European Computing Conference (ECC'12). WSEAS Press, 2012. P.146–151. E-print arXiv:1210.3658
17. Krivulin N.K. Vestnik St. Petersburg University: Mathematics. 2006. Vol.39, N 1. P.16–26.

UDK 517.518.14

Merkulov A. S. Singular integrals similar to Calderon's commutators // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2013. Issue 1. P. 91–95.

Merkulov Alexey S. — Herzen University, nab. Mojki, 48, St. Petersburg, 191186, Russia, merkulov1983@mail.ru

Let ω be an A_p – Muckenhoupt weight, $1 < p < \infty$, a complex valued function V satisfy a condition $|V(z) - V(\zeta)| \leq |z - \zeta|$, $z, \zeta \in \mathbb{C}$. We define an operator $S_n^* f(z)$:

$$S_n^* f(z) = \sup_{\varepsilon > 0} \int_{|\zeta - z| > \varepsilon} \frac{|V(\zeta) - V(z)|^{2n}}{(\zeta - z)^{2n}} \frac{f(\zeta)}{(\zeta - z)^2} d\sigma(\zeta) \quad .$$

The main result of the paper is the following theorem.

Theorem. We have the estimate

$$\|S_n^* f\|_{p, \omega} \leq b_1 n^{\frac{3}{2}} \|f\|_{p, \omega},$$

where

$$\|f\|_{p, \omega} = \left(\int_{\mathbb{C}} |f(\zeta)|^p \omega(\zeta) d\sigma(\zeta) \right)^{\frac{1}{p}} .$$

Keywords: singular integrals, Muckenhoupt weights, Calderon commutators.

Bibliogr. 4 references.

References

1. Calderon A.P. Proc. Mat. Acad. Sei. 1965. Vol.53. P.1092–1099.
2. Benedek A., Panzone R. J. Func. Anal. 1971. Vol.7, no.2. P.217–234.
3. Shirokov N.A. Izv. Akad. Nauk Arm. SSR. 1980. Vol.15, no.1. P.63–76.
4. Merkulov A.S., Shirokov N.A. Vestnik S.-Peterburgskogo Universiteta. Ser.10. 2010, no.3. P.48–53.

UDK 517.917

Rodionova A. A. Point-weak shadowing property in dynamical systems // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2013. Issue 1. P. 96–100.

Rodionova Anastasiya A. — St. Petersburg State University, Universitetskaya nab. 7/9, St. Petersburg, 199034, Russia, a.a.rodionova@gmail.com

Limit sets of individual trajectories of dynamical systems belong to the most studied objects in the classical global theory of dynamical systems. In this paper we study limit sets of domains of the phase space of a discrete dynamical system generated by a diffeomorphism of a smooth closed manifold. The main problem is the problem of stability of such limit sets. We prove that the limit sets of a domain and of its small neighborhood can be essentially different only if the limit set of the domain is unstable.

In this paper we introduce a new shadowing property of dynamical systems (point-weak shadowing property). We define prolongations with respect to the system in an arbitrary space of dynamical systems. We consider dynamical systems such that for any point of the phase space its prolongations with respect to the initial point and to the system are equal. It is shown that if such a system has the point-weak shadowing property, then the property of stability of \emptyset -limit sets of an essentially expanding family of domains is generic, i.e., the set of values of the parameter for which this property does not hold is at most countable.

Keywords: dynamical systems, weak shadowing, limit sets of domains.

Bibliogr. 6 references.

References

1. Pilyugin S.Yu. Functional Analysis and Its Applications. 1989. Vol.23, no.3. P. 242–243.
2. Pilyugin S.Yu. Amer. Math. Soc. Trans. 1993. Vol.155. P.207–222.
3. Pilyugin S.Yu. Lect. Notes Math. 1994. Vol.1571.
4. Pilyugin S.Yu. Amer. Math. Soc. Trans. 2005. Vol.214. P.167–176.
5. Dobrynsky V.A. Dynamical Systems and Problems of Stability. Kiev, 1973. P.43–53 [in Russian].
6. Scherbina N.V. Soviet Math. Dokl. 1977. Vol.18, issue 3. P.688–690.

UDK 519.245

Tovstik T. M., Zhukova E. V. Algorithm of the approximate solution for the traveling salesman problem // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2013. Issue 1. P. 101–109.

Tovstik Tatiana M. — St. Petersburg State University, Universitetskaya nab. 7/9, St. Petersburg, 199034, Russia, peter.tovstik@mail.ru

Zhukova Ekaterina V. — St. Petersburg State University, Universitetskaya nab. 7/9, St. Petersburg, 199034, Russia, catch06@mail.ru

The traveling salesman problem is studied. For its approximate solution the algorithm of construction of the good initial approximation is proposed. The initial points are reflected into a unit square. The polar co-ordinates r, ϕ with the origin in the square center are introduced, and in the initial approximation the points are numbered according the growth of the angle ϕ . The following approximations are constructed by using the simulation of dynamic fields by Metropolis annealing. The choosing of the annealing coefficient is discussed. The simulated annealing is applied to the separate parts of path. By such a way the general length of path may be made shorter. For the large number of points it is possible to use the parallel calculations. The proposed algorithm seeks the self-crossings of path and then it removes them. The visual control of the intermediate results is made. The presented algorithm leads to the path which is close to the optimal one. There are examples in which in partial the comparison of the obtained results with the results containing in the internet library TSPLIB is given. In some cases the proposed algorithm gives the shorter path than the path in TSPLIB. The test example with 1000 random points is studied and the normalized path length is equal to 0.757, which is close to the optimal value 0.749.

Keywords: traveling salesman problem, simulated annealing, Metropolis annealing.

Bibliogr. 9 references. Fig. 6. Tabl. 1.

References

1. Hopfield J.J., Tank D.W. Biological Cybernetics. 1985. Vol.52. P.141–152.
2. Durbin R., Willshaw D. Nature. 1987. Vol.326. P.689.
3. Metropolis N., Rosenbluth A.W., Rosenbluth M.N., Teller A.H., Teller E.J. J. Chem. Phys. 1953. Vol.21. P.1087–1092.
4. Ermakov S.M. Monte-Carlo method and close problems. Moscow, Nauka, 1975. [in Russian]
5. Ermakov S.M. Die Monte-Carlo Methode und verwandte Fragen. Verlag Wissenschaft, 1975.
6. Ermakov S.M., Leora S.N. Mathematical models. Theory and applications. Issue 11. St.Petersburg, 2010. P.72–82. [in Russian]
7. Serdukov A.I. Diskretny Analz i Issledovanie Operatsii. 1995. Serie 1. Vol.2. P.50-56 [in Russian]
8. Gimadi E.Kh., Glazkov Ju.V., Glebov A.N. Diskretny Analz i Issledovanie Operatsii. 2007. Serie 2. Vol.14, no.2. P.41–61.
9. Winkler G. Image analysis, random fields and dynamic Monte Carlo methods: A mathematical introduction. Berlin, Heidelberg, Springer-Verlag, 1995.
10. Beardwood J., Haton J.H. and Hammersley J.M. Proc. Cambridge Phil. Soc. 1959. Vol.55. P.299–327.

UDK 004.8+519.17

Filchenkov A. A., Tulupyev A. L. Algebraic Bayesian network primary structure connectivity and acyclicity // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2013. Issue 1. P. 110–119.

Filchenkov Andrey A. — St. Petersburg State University, Universitetskaya nab. 7/9, St. Petersburg, 199034, Russia; St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian Academy of Sciences (SPIIRAS), 39, 14 Line, St. Petersburg, 199178, Russia, aaf@iiias.spb.su, aaafil@mail.ru

Tulupyev Alexander L. — St. Petersburg State University, Universitetskaya nab. 7/9, St. Petersburg, 199034, Russia; St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian Academy of Sciences (SPIIRAS), 39, 14 Line, St. Petersburg, 199178, Russia, ALT@iiias.spb.su, alexander.tulupyev@gmail.com

Algebraic Bayesian networks (ABN) are in terms of artificial intelligence logic and probabilistic graphical model of bases of knowledge patterns with uncertainty, and in terms of the mathematical sciences — complex-structured random elements system. ABN feature using both scalar and interval probability estimation to represent uncertainty. Mathematical model of a knowledge pattern (KP) in ABN theory is conjuncts ideal with given probability estimates of its elements. Set (base) of the maximal KPs is called the ABN primary structure. Special graph (join graph) constructed on the ABN primary structure is called its secondary structure. ABN global learning problem is to synthesize the mentioned structures. Two subproblems are marked out: to synthesize the ABN primary structure on a training set, and to synthesize ABN secondary structure on its primary structure. Secondary structure can only be the join graph, and moreover, join tree (that is connected and acyclic join graph).

The theorem is proved that for given ABN primary structure all the join graphs constructed over it are connected or disconnected at the same time. With this the connected primary structure is called the structure, over which one can construct a connected join graph. A criterion to identify ABN primary structure connectivity without involving join graphs is given and proved.

The theorem is proved that if set of acyclic join graphs, which can be constructed over given ABN primary is not empty, then this set coincide with minimal join graph set. The ABN primary structure for which this set is nonempty, is called acyclic. Two criteria for determining given primary structure acyclicity, not based on join graphs are given.

Owing to the obtained results the problem of the ABN primary structure synthesis (the first subproblem of the ABN global learning), on which you can build a network maintaining its core algorithms processing, can be solved without involving the concept of join graph, i. e. without solving the second subproblem of ABN global learning.

Keywords: probabilistic graphical models, global structure, algebraic Bayesian network, join graphs, graph theory, acyclicity.

Bibliogr. 46 references.

References

1. Tulupyev A.L. Algebraic Bayesian Networks: Local Probabilistic-Logic Inference. St. Petersburg, 2007 (Series “Elements of Soft Computations”) [in Russian].
2. Tulupyev A.L. Algebraic Bayesian Networks: Global Probabilistic-Logic Inference. St. Petersburg, 2007 (Series “Elements of Soft Computations”) [in Russian].
3. Tulupyev A.L. Algebraic Bayesian Networks: Theoretical Background and Consistency. St. Petersburg, SPIIRAS, 1995 [in Russian].
4. Tulupyev A.L. Fundamentals of Algebraic Bayesian Networks Theory: A Specialized Course Program for Senior and PhD Students. St. Petersburg, 2007 [in Russian].
5. Tulupyev A.L., Nikolenko S.I., Sirotkin A.V. Bayesian Networks: A Probabilistic Logic Approach. St. Petersburg, Nauka, 2006 [in Russian].
6. Tulupyev A.L., Sirotkin A.V., Nikolenko S.I. Bayesian belief networks: probabilistic-logic inference in acyclic directed graphs. St. Petersburg, St. Petersburg Univ. Press, 2009 [in Russian].
7. Suvorova A.V., Tulupyeva T.V., Tulupyev A.L., Sirotkin A.V., Paschenko A.E. SPIIRAS Proceedings. 2012. Issue 22. P.101–112.
8. Nilsson N.J. Artificial Intelligence. 1986. Vol.28. P.71–87.
9. Nilsson H.J. Artificial Intelligence. 1993. Vol.59. P.39–42.
10. Fagin R., Halpern J.Y., Meggido N. Information and Computation. 1990. Vol.87. N.1/2. P.78–128.
11. Fagin R., Halpern J.Y. Computational Intelligence. 1991. Vol.6. P.160–173.
12. Fagin R., Halpern J.Y. Journal of the Association of Computing Machinery. 1994. Vol.41. N.2. P.340–367.
13. Tulupyev A.L. Algebraic Bayesian Networks: A Probabilistic Logic Approach to Modeling of Knowledge Bases with Uncertainties. St. Petersburg, SPIIRAS, 2000 [in Russian].
14. Tulupyev A.L. Vestnik S.-Peterburgskogo Universiteta. Seria 10. 2009. Issue 2. P.121–131.
15. Tulupyev A.L., Filchenkov A.A., Azarov A.A., Musina V.F., Paschenko A.E., Sirotkin A.V., Suvorova A.V., Tulupyeva T.V. Scientific report “Algebraic Bayesian network knowledge patterns and local probabilistic logical inference” Reg. no. 02201257683 / 2012.05.05, theme “Probabilistic logical approach and its generalizations in modeling, processing and learning bases of knowledge patterns with uncertainty in intellectual systems”, code BNet-2008, reg. no. 01200852455. St. Petersburg, SPIIRAS, 2012 [in Russian].
16. Tulupyev A.L. Vestnik S.-Peterburgskogo Universiteta. Seria 10. 2009. Issue 3. P.95–104 [in Russian].
17. Tulupyev A.L. SPIIRAS Proceedings. 2008. Issue 7. P.11–25.
18. Alpaydin E. Introduction to Machine Learning. 2nd Ed. Cambridge, MS: The MIT Press, 2010.
19. Cowell R.G., Dawid A.P., Lauritzen S.L., and Spiegelhalter D.J. Networks and Expert Systems. New York, Springer-Verlag, 1997.
20. Koller D., Friedman N. Probabilistic Graphical Models: Principles and Techniques. Cambridge, MS: The MIT Press, 2009.
21. Sirotkin A.V. Algebraic Bayesian networks: Computational complexity of local posteriori inference algorithms: Ph.D. thesis in Maths. St. Petersburg, 2011 [in Russian].
22. Sirotkin A.V. SPIIRAS Proceedings. 2011. Issue 18. P.188–214.
23. Halpern J.Y. Reasoning about uncertainty. Cambridge, MS, The MIT Press, 2003.
24. Korb K., Nicholson A. Bayesian Artificial Intelligence. N.Y., Chapman and Hall/CRC, 2004.
25. Pearl J. Artificial Intelligence. 1986. Vol.29. P.241–288.
26. Pearl J. Probabilistic Reasoning in Intelligent Systems. New York, Morgan Kaufman Publ., 1988.
27. Tulupyev A.L., Sirotkin A.V. Informatsionno-Izmeritel’nye Pribory i Upravliaiushchie Sistemy. 2008. Vol.6, no.10. P.85–87.
28. Tulupyev A.L., Stolyarov D.M., Mentyukov M.V. SPIIRAS Proceedings. 2007. Issue 5. P.71–99.
29. Filchenkov A.A., Tulupyev A.L. SPIIRAS Proceedings. 2009. Issue 11. P.104–127.
30. Halin R. Journal of Geometry. 1976. No.8. P.171–186.
31. Robertson N., Seymour P. Journal of Combinatorial Theory. Series B. 1984. Vol.36 (1). P.49–64.
32. Filchenkov A.A., Tulupyev A.L., Sirotkin A.V. Vestnik Tverskogo Gosudarstvennogo Universiteta. Seria “Prikladnaia matematika”. 2011. Issue 20. P.139–151.
33. Tulupyev A.L., Nikolenko S.I., Sirotkin A.V. SPIIRAS Proceedings. 2006. Issue 3, vol.1. 2006. P.240–263.
34. Filchenkov A.A., Tulupyev A.L. Vestnik St. Petersburg University: Mathematics. 2012. Issue 2. P.106–113.
35. Filchenkov A.A., Tulupyev A.L. SPIIRAS Proceedings. 2011. Issue 18. P. 164–187.
36. Tulupyev A.L. Vestnik S.-Peterburgskogo Universiteta. Seria 10. 2009. Issue 3. P.144–151.
37. Filchenkov A.A. SPIIRAS Proceedings. 2010. Issue 12. P.119–133.
38. Filchenkov A.A. SPIIRAS Proceedings. 2010. Issue 14. P.150–169.

39. Filchenkov A.A. SPIIRAS Proceedings. 2010. Issue 13. P.67–86.
40. Filchenkov A.A. SPIIRAS Proceedings. 2010. Issue 15. P.193–212.
41. Oparin V.V., Filchenkov A.A., Tulupyyev A.L., Sirotkin A.V. Nauchno-Tekhnicheskii Vestnik Informatsionnykh Tekhnologii, Mekhaniki i Optiki. 2010. Vol.4. P.73–76.
42. Filchenkov A.A., Tulupyyev A.L. SPIIRAS Proceedings. 2011. Issue 17. P.151–173.
43. Filchenkov A.A. SPIIRAS Proceedings. 2011. Issue 18. P.237–266.
44. Tulupyyev A.L., Filchenkov A.A., Valtman N.A. Informatsionno-Izmeritel'nye Pribory i Upravliashchie Sistemy. 2011. no.9. P.57–61.
45. Filchenkov A.A., Tulupyyev A.L. SPIIRAS Proceedings. 2011. Issue 19. P.128–145.
46. Filchenkov A.A., Tulupyyev A.L., Sirotkin A.V. Software for maintaining the synthesis the binary sequences set without absorbing elements in the formation of an algebraic Bayesian network “Algebraic Bayesian Networks Primary Structure Refiner”, Version 01 for Java (AlgBN PSR jv01) / Marketing Authorization. of State. Reg. computer. progr. Reg. no. 2010614270 (30/06/2010). Rospatent // Bull. “Computer prog., DB, topl. of int. circ.” 2010. no.3. P.456. [In Russian]

UDK 543.436, 533.6.011, 53.088

Amelyushkin I. A. Optics of probing of monodispersed axesymmetrical aerosol flows near bodies // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2013. Issue 1. P. 120–129.

Amelyushkin Ivan A. — Central Aerohydrodynamic Institute named after N.E.Zhukovsky (TsAGI), 1 Zhukovsky Str., Zhukovsky, Moscow Region, 140180, Russia, Amelushkin_Ivan@mail.ru

A problem of determining a particle concentration space distribution in monodispersed axesymmetrical aerosol flows near bodies using optical methods is under investigation. A new model of the dependency of the scattered light intensity on a particle concentration is proposed. In this model dependency of the scattered light intensity on a particle concentration is described by non-linear integral equation. A new algorithm and a numerical method of solving an integral equation for the reverse optical problem is proposed and tested in numerical experiment. The idea of that method is in processing of the image in a direction of light propagation and in using additional prior information about the symmetry of particle concentration distribution relative to the flow symmetry axis. Use of iterative algorithm provides a negligible mistake of solving non-linear integral equation which describes exponential light intensity extinction in the aerosol flow inside a laser sheet plane and on a way from that plane to the photoreceiver.

Keywords: light intensity, particle concentration, image registration, scattering, absorption, integral equations, reverse problem.

Bibliogr. 7 references. Fig. 4. Tabl. 2.

References

1. Vasilevsky E.B., Bezmenov V.Ya., Borovoy V.Ya., Gorelov V.A., Zhilin Yo.V., Kazansky R.A., Mosharov V.E., Chirichin A.V., Yakovleva L.V. TsAGI—basic stages of scientific work 1993–2003. Moscow, Physmatlit, 2003. P.452–457 [in Russian].
2. Amelyushkin I.A., Stasenko A.L., Vasilevsky E.B. Proceedings 8th Pacific Symposium on flow Visualization and Image Processing (disc). August 21th-25th, 2011. Lomonosov Moscow State University (ISBN 978-5-8279-0093-1).
3. Miller A.B., Molleson G.V., Stasenko A.L. Mechanics and optics of ultrasonic monodispersion flow on blunt sphere. In: TsAGI Uchionie zapiski, 2007. Vol.XXXVIII, no.3–4. P.92–101.
4. Tikhonov A.N., Arsenin V.Y. Solutions of ill posed problems. New York, Halsted Press, 1977.
5. Alifanov O.M. Reverse problems of mass and heat exchange. Moscow, Mashinostroenie, 1988 [in Russian].
6. Beck J.V., Blackwell B., and Clair C.R. St., Jr. Inverse Heat Conduction: Ill- posed Problems. New York, NY, John Wiley and Sons, Inc., 1985.
7. Amelyushkin I.A., Stasenko A.L. Transactions of XV International Symposium “Discrete singularities methods in mathematical physics” (DSMMPH-2011). Kharkov—Kherson, 2011. P.35–38. [in Russian]

UDK 532.546

Bereslavskiy E. N., Pesterev Ye. V. About some hydrodynamic schemes of flow around the rabbit of Zhukovsky // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2013. Issue 1. P. 130–138.

Bereslavskiy Eduard N. — St. Petersburg State University of Civil Aviation, Pilotov 38, St. Petersburg, 196210, Russia, eduber@mail.ru

Pesterev Yegor V. — St. Petersburg State University of Civil Aviation, Pilotov 38, St. Petersburg, 196210, Russia, yogurt@live.ru

The flat erected filtration with free boundaries in a ground around the rabbit of Zhukovsky is considered. In this hydrodynamic statement a ground is homogeneous and isotropic with highly permeable layer, containing underground or artesian water pressure which is constant. The motion for an infinite value of the filtration rate at the end of the rabbit is study. The most common case of the course, in which both fixed permeable areas consumption takes extreme values, and the zero speed boundary point goes to groove is considered. There have been extreme cases of flow associated with both the lack of water pressure in the highly permeable layer and the lack of impermeable inclusion. The adjacent scheme that describes the outside limits on the unknown parameters of conformal mapping, which ensuring the implementation of the considered basic mathematical model, is investigated. This leads to the double complex velocity surface. The mixed multiparameter boundary-value problem of the theory of analytical functions is stated. It is solved by means of application of a method of P. J. Polubarinova-Kochina and expedients of a conformal mapping of areas of a special view, which meet in underground hydromechanics. The magnetohydrodynamic analysis of structure and prominent features of modelled process, and also influence of all physical properties of the plan on filtrational performances is carried out. The analysis is spent by means of the gained exact analytical dependences and numerical calculations. Notes some features of developed mathematical models.

Keywords: filtering, groundwater, dam, groove, velocity hodograph, conformal mappings.

Bibliogr. 18 references. Fig. 5. Tabl. 5.

References

1. Bereslavskii E.N., Aleksandrova L.A., Pesterev E.V. Vestnik S.-Peterburgskogo Universiteta. Seria 10. 2010. Issue 1. P.3–15.
2. Bereslavskii E.N. J. Appl. Math. Mech. 2011. Vol.75, issue 2. P.210–217.
3. Bereslavskii E.N. Doklady Physics. 2011. Vol.56, issue 9. P.489–493.
4. Polubarinova-Kochina P.Ya. The Theory of Ground Water Motion. Moscow, Nauka, 1977 [in Russian].
5. Kochina P.Ya. Selected Works. Hydrodynamics and Seepage. Moscow, Nauka, 1991 [in Russian].
6. Development of research on the theory of filtration in the USSR (1917–1967). Moscow, Nauka, 1969 [in Russian].
7. Mikhailov G.K., Nikolaevskii V.N. Mechanics in the USSR for 50 Years. Vol.2. Moscow, Nauka, 1970. P.585–648 [in Russian].
8. Bereslavskii E.N., Kochina P.Ya. Izv. Ros. Akad. Nauk. Mekh. Zhidk. Gaza. 1992. No.5, p.3–7.
9. Kochina P.Ya., Bereslavskii E.N., Kochina N.N. Analytical Theory of Fuchs Linear Differential Equations and Some Problems of Underground Hydromechanics. Part 1. Preprint No.567 (Institute for Problems in Mechanics of the Russian Academy of Sciences, Moscow, 1996).
10. Bereslavskii E.N., Kochina P.Ya. Fluid Dynamics. 1998. Vol.32, no.5. P.619–625.
11. Bereslavskii E.N. Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Mat. 1980, no.5. P.3–7.
12. Bereslavskii E.N. Differential Equations. 1997. Vol.33. No.3. P.292–297.
13. Bereslavskii E.N. Differential Equations. 2012. Vol.48. Issue 4. P.599–603.
14. Koppenfels V., Stahlmann F. Conformal Mapping Practice. Moscow, Inostr. lit., 1963 [in Russian].
15. Gradshteyn I.S., Ryzhik I.M. Table of Integrals, Series, and Products. Alan Jeffrey and Daniel Zwillinger (eds.). Seventh edition. Elsevier, 2007.
16. Golubev V.V. Lectures on the analytical theory of the linear differential equations. Moscow, Leningrad, PhysMatLit, 1950 [in Russian].
17. Lavrentiev M.A., Shabat B.V. Methods of Theory of Functions of Complex Variable. Moscow, Nauka, 1987 [in Russian].
18. Emikh V.N. Hydrodynamics of Seepage Flows with Drainage. Novosibirsk, Nauka, 1992 [in Russian].

Dolmatov E. N., Bragov A. M., Petrov Yu. V. Investigation of the limiting characteristics of dynamic fracture rocks on the example of the gabbro-diabase // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2013. Issue 1. P. 139–146.

Dolmatov Eugene N. — St. Petersburg State University, Universitetskaya nab. 7/9, St. Petersburg, 199034, Russia, eugene.dolmatov@gmail.com

Bragov Anatolii M. — N.I.Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod, 23 Prospekt Gagarina, Nizhni Novgorod, 603950, Russia, bragov@mech.unn.ru

Petrov Yurii V. — St. Petersburg State University, Universitetskaya nab. 7/9, St. Petersburg, 199034, Russia, yuripetr@gmail.com

Special features of dynamic fracture of rock — gabbro-diabase are considered. The method of testing and the approach for the prediction of strength-time dependence, based on the structural-time criterion are shown. Simple interpretation of the parameter of the incubation time is given on an example of mechanical rupture of the body. One of the many disadvantages of using the classical criterion of fracture is shown. Incubation times from experiments of the splitting test of gabbro-diabase by the “Brazilian test” and experiments on uniaxial compression are determined. Experimental and calculated tests with structural time-criterion strain-rate dependencies of the strength of gabbro-diabase are built.

Keywords: strain rate dependence of the strength, dynamic fracture, incubation time, brazilian test, splitting, compression, strength, gabbro-diabase.

Bibliogr. 11 references. Fig. 6. Tabl. 1.

References

1. Rodriguez T., Navarro C., Sanchez-Galvez V. Journal de Physique IV. 1994. P.101–106.
2. Bragov A.M., Kruszka L., Lomunov A.K. The Seventh International Symposium on Brittle Matrix Composites “BMC-7”, Warsaw (Poland), 13–15 October 2003. P.67–74.
3. Bragov A.M., Karihaloo B.L., Konstantinov A.Y., Lamzin D.A., Lomunov A.K. Vestnik Nizhegorodskogo universiteta. 2011. no.4 (1). P.123–129.
4. Petrov Y.V., Utkin A.A. Sov. Mater. Science, 1989. Vol.25, no.2. P.153–156.
5. Petrov Yu.V. Dokl. Akad. Nauk SSSR. 1991. Vol.321, no.1. P.66–68.
6. Petrov Y.V., Morozov N.F. ASME J. Appl. Mech. 1994. Vol.61. P.710–712.
7. Petrov Y.V. Dokl. Phys. 2004. Vol.49, no.4. P.246–249.
8. Bragov A.M., Bolshakov A.P., Gerdyukov N.N., Lomunov A.K., Novikov S.A., Sergeichev I.V. International Conference “V Kharitonov Thematic Scientific Reading” Abstracts of Papers. Sarov, VNIIEF, 2003. P.43–44 [in Russian].
9. Morozov N.F., Petrov Y.V. Dynamics of Fracture. Berlin, Heidelberg, New York, Springer-Verlag, 2000.
10. Petrov Y.V., Morozov N.F., Smirnov V.I. Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct. 2003. Vol.26. P.363–372.
11. Petrov Y.V., Smirnov V.I., Krivosheev S.I., Atroshenko S.A., Fedorovsky G.D., Utkin A.A. Shock Waves in Condensed Matter: International Conference. Saint-Petersburg, Russia, 2004. P.17–19 [in Russian].

CONTENTS

60th Anniversary N. A. Vavilov

Vavilov & Co.....	3
Generalov A. I. On splitting of idempotents in pre-triangulated categories.....	7
Kanel-Belov A., Kunyavskii B., Plotkin E. Word equations in simple groups and polynomial equations in simple algebras.....	10
Koibaev V. A. Closed nets in linear groups.....	25
Kulikova E. A., Stavrova A. K. Centralizer of the elementary subgroup of an isotropic reductive group.....	34
Luzgarev A. Yu. Characteristic free quartic invariants for $G(E_7, R)$	43
Plotkin B. Algebraic logic and logical geometry. Two in one.....	51
Bui Xuan Hai, Nguyen Van Thin. On subnormal subgroups in general skew linear groups.....	61

Mathematics

Dorodenzov A. A. Stabiliti and bifurcation of a state of equilibrium of an essentially non-linear sistem.....	68
Dmitriev A. V., Ermakov S. M., Ermakov K. S. Parallel Monte-Carlo method for American options pricing.....	72
Krivulin N. K. On solution of a multidimensional extremal problem in tropical mathematics.....	82
Merkulov A. S. Singular integrals similar to Calderon's commutators.....	91
Rodionova A. A. Point-weak shadowing property in dynamical systems.....	96
Tovstik T. M., Zhukova E. V. Algorithm of the approximate solution for the traveling salesman problem.....	101
Filchenkov A. A., Tulupyev A. L. Algebraic Bayesian network primary structure connectivity and acyclicity.....	110

Mechanics

Amelyushkin I. A. Optics of probing of monodispersed axesymmetrical aerosol flows near bodies.....	120
Bereslavskiy E. N., Pesterev Ye. V. About some hydrodynamic schemes of flow around the rabbit of Zhukovsky.....	130
Dolmatov E. N., Bragov A. M., Petrov Yu. V. Investigation of the limiting characteristics of dynamic fracture rocks on the example of the gabbro-diabase.....	139

Chronicle

In memory Igor' Leonidovich Bratchikov.....	147
Alexandr Mikhailovich Shauman (1935–2012).....	150

Abstracts	152
------------------------	-----