

В Е С Т Н И К

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

Серия 1
Выпуск 3

2013
Сентябрь

МАТЕМАТИКА
МЕХАНИКА
АСТРОНОМИЯ

НАУЧНО-ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ. ИЗДАЕТСЯ С АВГУСТА 1946 ГОДА

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

<i>Александров А. Ю., Жабко А. П.</i> О равномерной диссипативности нелинейных нестационарных систем	3
<i>Амелина Н. О.</i> Применение протокола локального голосования для децентрализованной балансировки загрузки сети с переменной топологией и помехами в измерениях	12
<i>Валландер С. С.</i> Несколько замечаний об аксиоматике теории вероятностей ...	21
<i>Грибкова Н. В.</i> Об оценках типа Берри—Эссеена и асимптотических разложениях для слабо усеченных средних	24
<i>Зубер И. Е., Геллиг А. Х.</i> Неопределенные системы: устойчивость, неустойчивость, аттрактор	39
<i>Леонов Г. А., Зарецкий А. М., Соловьева Е. П.</i> Метод оценивания переходных процессов асинхронных электрических машин	47
<i>Невзоров В. Б.</i> Рекордные величины с ограничениями	70
<i>Пономарёва А. Ю., Чирков М. К.</i> Об одном методе минимизации обобщенных «оптимистических» нечетких автоматов	75
<i>Стояноска И. С.</i> Полиномы Шапиро второго рода	82
<i>Фролов А. Н.</i> О вероятностях малых отклонений некоторых итерированных случайных процессов	89



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ОСНОВАН В 1724 ГОДУ
1824 – ГОД ВЫХОДА В СВЕТ ПЕРВОГО ИЗДАНИЯ УНИВЕРСИТЕТА

© Авторы статей, 2013

© Издательство

Санкт-Петербургского университета, 2013

МЕХАНИКА

<i>Колесников Е. К., Мануйлов А. С.</i> О влиянии радиального профиля релятивистского электронного пучка и ионного канала на силу пучково-канального взаимодействия в режиме ионной фокусировки	98
<i>Кунова О. В., Нагнибеда Е. А.</i> Поуровневое описание колебательной и химической релаксации в воздухе	103
<i>Мальков В. М., Малькова Ю. В., Степанова В. А.</i> Двухкомпонентная плоскость из материала Джона с межфазной трещиной, нагруженной давлением	113
<i>Мирошин Р. Н.</i> Использование обобщенного неравенства Левина—Стечкина в теории локального взаимодействия	126
<i>Морозов Н. Ф., Товстик П. Е.</i> Динамика стержня при кратковременном продольном ударе	131
<i>Полянский А. Ф., Лашков В. А., Цителов И. М.</i> Влияние изменения параметров источников локализованного подвода энергии на сверхзвуковой поток, набегающий на затупленное тело	142

АСТРОНОМИЯ

<i>Волков Е. В.</i> Время стохастизации в самогравитирующих системах	147
<i>Петров С. Д., Павловская Н. С.</i> Глобальные геодинамические эффекты вариаций атмосферного давления: I. Теория	151

ХРОНИКА

Памяти Анатолия Ивановича Буравцева (к 90-летию со дня рождения)	159
Аннотации	165
Abstracts	172
Contents	179

АННОТАЦИИ

УДК 517.925.51

Александров А. Ю., Жабко А. П. **О равномерной диссипативности нелинейных нестационарных систем** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2013. Вып. 3. С. 3–11.

В работе изучается некоторый класс нелинейных нестационарных систем дифференциальных уравнений. Предполагается, что правые части рассматриваемых уравнений представляют собой однородные функции относительно фазовых переменных порядка однородности, меньшего единицы. Цель работы — получить достаточные условия равномерной диссипативности систем такого вида.

Предложен способ построения нестационарных функций Ляпунова, с помощью которого удалось доказать, что из асимптотической устойчивости нулевого решения соответствующей усредненной системы следует равномерная диссипативность исходной нестационарной системы. Определены классы возмущений, не нарушающих равномерную диссипативность даже в случае, когда их порядок превышает порядок однородности невозмущенных уравнений.

В отличие от известных результатов, установленных на основе метода усреднения, в настоящей статье не предполагается, что в правых частях изучаемых уравнений присутствует малый параметр. Диссипативность обеспечивается за счет порядков однородности.

Ключевые слова: нестационарные системы, диссипативность, однородные функции, метод усреднения, функции Ляпунова.

Библиогр. 19 назв.

УДК 519.7

Амелина Н. О. **Применение протокола локального голосования для децентрализованной балансировки загрузки сети с переменной топологией и помехами в измерениях** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2013. Вып. 3. С. 12–20.

В статье исследуется применимость протокола локального голосования для децентрализованной балансировки загрузки сети с переменной топологией и помехами в измерениях при нестационарной постановке задачи. Полученные теоретические результаты иллюстрируются примерами имитационного моделирования. Рассматривается система с перераспределением заданий и без перераспределения. Показано, что адаптивная мультиагентная стратегия с перераспределением заданий между соседями существенно лучше справляется с распределением заданий, чем стратегия, в которой задания посылаются случайно в момент поступления на какой-то из узлов, а потом уже не перераспределяются.

Ключевые слова: протокол локального голосования, децентрализованная балансировка загрузки, переменная топология, помехи, стохастическая сеть.

Библиогр. 21 назв. Ил. 3.

УДК 519.21

Валландер С. С. **Несколько замечаний об аксиоматике теории вероятностей** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2013. Вып. 3. С. 21–23.

Обсуждаются некоторые детали эмпирического объяснения хорошо известной колмогоровской аксиоматики. Подчеркивается, что такое объяснение ведет естественным образом к некоторым модификациям аксиом.

Ключевые слова: вероятность, аксиомы Колмогорова.

Библиогр. 5 назв.

УДК 519.21

Грибкова Н. В. **Об оценках типа Берри—Эссеена и асимптотических разложениях для слабо усеченных средних** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2013. Вып. 3. С. 24–38.

В статье исследуется асимптотика второго порядка распределений усеченных средних $T_n = (\sum_{i=k_n+1}^{n-m_n} X_{i:n})/n$, где k_n, m_n — последовательности целых чисел, $0 \leq k_n < n - m_n \leq n$, и $r_n := \min(k_n, m_n) \rightarrow \infty$ при $n \rightarrow \infty$, $X_{i:n}$ — порядковые статистики, соответствующие выборке X_1, \dots, X_n независимых одинаково распределенных случайных величин с функцией распределения F . Мы заостряем внимание на случае слабо усеченных средних, когда $\max(k_n, m_n)/n \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$.

В работе [11] получены оценки типа Берри—Эссеена для нормальной аппроксимации T_n , имеющие при определенных условиях регулярности порядок $O(r_n^{-1/2})$, показано также, что этот порядок является наилучшим, если $\mathbf{E}X_1^2 = \infty$. Кроме того, в [11] найдены асимптотические разложения типа Эджворта для слабо усеченных средних и их студентизованных версий.

В этой статье мы дополняем результаты работы [11] оценками типа Берри—Эссеена и аппроксимациями для случая $\mathbf{E}X_1^2 < \infty$.

Ключевые слова: слабо усеченное среднее, слабо усеченная сумма, асимптотическая нормальность, аппроксимация второго порядка, неравенство Берри—Эссеена, разложение Эджворта.

Библиогр. 18 назв.

УДК 517.929

Зубер И. Е., Гелиг А. Х. **Модальная стабилизация некоторого класса равномерно управляемых систем** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2013. Вып. 3. С. 39–46.

Рассматривается система

$$\dot{x} = A(\cdot)x + b(\cdot)u,$$

где $A(\cdot) \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $b(\cdot) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$. Элементы матрицы $A(\cdot)$ и столбца $b(\cdot)$ ограничены и являются неупреждающими функционалами произвольной природы, причем $\inf_{(\cdot)} |A^{n-1}(\cdot)b(\cdot), \dots, A(\cdot)b(\cdot), b(\cdot)| > 0$.

По выбранному постоянному спектру, расположенному в левой полуплоскости, строится обратная связь $u = (s(\cdot), x)$, коэффициенты которой выражаются через элементы $A(\cdot)$ и $b(\cdot)$. Найдены условия, при которых замкнутая система глобально экспоненциально устойчива. Аналогичный результат получен для системы

$$x(k+1) = A(k)x(k) + b(k)u(k).$$

Ключевые слова: модальная стабилизация, нелинейные системы, равномерная управляемость.

Библиогр. 5 назв.

УДК 517.9:531.36

Леонов Г. А., Зарецкий А. М., Соловьева Е. П. **Метод оценивания переходных процессов асинхронных электрических машин** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2013. Вып. 3. С. 47–69.

В настоящей работе рассматриваются асинхронные электрические двигатели с фазным и короткозамкнутым роторами. Предполагается, что магнитное поле, создаваемое обмотками статора, является постоянным по величине и вращается с постоянной угловой скоростью. Представляется подробный вывод дифференциальных уравнений, описывающих соотношения между электромагнитным моментом и главными электрическими и механическими

величинами рассматриваемых асинхронных двигателей. При этом полностью учитывается геометрия роторов двигателей. В результате специального невырожденного преобразования первоначальные системы уравнений, имеющие угловые координаты, расщепляются и приводятся к системе меньшего порядка, а именно к системе третьего порядка. Проводится локальный анализ устойчивости полученных уравнений. Определены устойчивые состояния равновесия, которые соответствуют рабочим режимам асинхронных двигателей. Рассматриваются способы регулирования скорости вращения асинхронных двигателей с фазным и короткозамкнутым роторами. Обсуждаются задача о предельной нагрузке на двигатели и задача регулирования скорости вращения двигателей, которые приводят к необходимости оценивания переходных процессов асинхронных электрических машин. На основе модификации метода нелокального сведения разработан метод оценивания переходных процессов, возникающих при изменении параметров работы двигателей. Применение к полученным системам этого метода совместно с методами, разработанными Е. А. Барбашиным и Б. А. Табуевой, позволило найти аналитические оценки предельно допустимых нагрузок на асинхронные двигатели и диапазоны регулирования параметров системы, соответствующих добавочным активному и индуктивному сопротивлению. Кроме того, получены оценки области притяжения устойчивых состояний равновесия систем, описывающих динамику асинхронных электрических двигателей.

Ключевые слова: асинхронные машины, фазный ротор, переходные процессы, устойчивость, задача о предельной нагрузке, задача регулирования, метод нелокального сведения.

Библиогр. 21 назв. Ил. 10.

УДК 519.2

Невзоров В. Б. **Рекордные величины с ограничениями** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2013. Вып. 3. С. 70–74.

Рекордные величины очень популярны в теории вероятностей и математической статистике. Имеется множество книг и статей, в которых рассматриваются классические рекордные величины и рекордные времена, т. е. рекорды в последовательностях независимых одинаково распределенных случайных величин. В последнее время были предложены и исследовались некоторые новые типы рекордных величин (рекорды для F^α -схемы, рекордные значения в последовательностях неодинаково распределенных случайных величин, рекорды с подтверждениями, рекордные величины с δ -превышением).

В данной статье предлагается еще одна рекордная схема (так называемые рекорды с ограничениями). Рассматриваются разные ситуации, когда такие рекорды могут быть полезными. Приведены совместные распределения этих рекордных величин и некоторые их свойства. Для очень важных частных случаев, когда исходные случайные величины независимы и имеют одинаковое экспоненциальное распределение, для рекордов с ограничениями получены некоторые достаточно простые представления в виде сумм независимых одинаково распределенных случайных слагаемых.

Ключевые слова: рекордные времена, рекордные величины, рекорды с ограничениями. Библиогр. 9 назв.

УДК 519.71

Пономарёва А. Ю., Чирков М. К. **Об одном методе минимизации обобщенных «оптимистических» нечетких автоматов** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2013. Вып. 3. С. 75–81.

В работе теоретически обоснован и детально разработан специальный метод минимизации числа состояний и построения минимальной формы обобщенного минимаксного («оптимистического») нечеткого автомата, основанный на доказанной ранее теореме о связи максиминных и минимаксных произведений нечетких матриц. Доказано, что от заданного обобщенного минимаксного («оптимистического») нечеткого автомата можно перейти к

эквивалентному ему обобщенному максиминному («пессимистическому») нечеткому автомату, являющемуся дополнением для исходного минимаксного автомата. Также доказано, что если заданные обобщенные минимаксные и максиминные нечеткие автоматы являются дополнениями друг друга, то их минимальные формы имеют одно и тоже число состояний, что позволяет сначала перейти от обобщенного минимаксного нечеткого автомата к эквивалентному ему обобщенному максиминному нечеткому автомату, затем минимизировать известным методом преобразующих матриц полученный обобщенный максиминный нечеткий автомат и, перейдя обратно к его дополнению, получить минимальную форму исходного обобщенного минимаксного («оптимистического») нечеткого автомата. В результате разработана процедура и соответствующей ей алгоритм минимизации числа состояний и построения минимальной формы обобщенного минимаксного («оптимистического») нечеткого автомата. В заключение работы дан пример применения предложенного специального метода минимизации к заданному обобщенному «оптимистическому» нечеткому автомату.

Ключевые слова: обобщенные «пессимистические» и «оптимистические» нечеткие автоматы, дополнения нечетких автоматов, минимальные формы, специальный метод минимизации.

Библиогр. 5 назв.

УДК 517.518.86

Стояночка И. С. **Полиномы Шапиро второго рода** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2013. Вып. 3. С. 82–88.

В данной статье, путём замены начальных данных в рекуррентных соотношениях ведены полиномы Шапиро второго рода и установлена их связь с полиномами Шапиро первого рода. Помимо результатов, аналогичных известным для полиномов Шапиро первого рода, в работе получены следующие: установлена связь между коэффициентами основных и дополнительных полиномов первого и второго рода, а именно доказана их попарная ортогональность, и подсчитано количество положительных коэффициентов для всех полиномов.

Ключевые слова: полиномы Шапиро, ортогональность.

Библиогр. 5 назв.

УДК 519.2

Фролов А. Н. **О вероятностях малых отклонений некоторых итерированных случайных процессов** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2013. Вып. 3. С. 89–97.

Исследовано асимптотическое поведение вероятностей малых отклонений некоторых итерированных случайных процессов. Показано, что при определенных условиях логарифмические асимптотики для итерированных и неитерированных процессов носят одинаковый характер. При нарушении этих условий эти асимптотики могут существенно отличаться. В качестве примера рассмотрены некоторые итерированные гауссовские процессы.

Ключевые слова: вероятности малых отклонений, итерированные процессы, итерированные гауссовские процессы.

Библиогр. 18 назв.

УДК 533.932.12:537.533.3

Колесников Е. К., Мануйлов А. С. **О влиянии радиального профиля релятивистского электронного пучка и ионного канала на силу пучково-канального взаимодействия в режиме ионной фокусировки** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2013. Вып. 3. С. 98–102.

Рассмотрена задача о влиянии радиальных профилей релятивистского электронного пучка (РЭП) и ионного плазменного канала на трекинг-силу (возвращающую силу), действующую на РЭП в режиме ионной фокусировки. Показано, что в случае гауссовских про-

филей пучка и канала указанная сила существенно превышает соответствующую силу в беннетовском случае. Кроме того, численный анализ показал, что сужение ионного канала относительно РЭП также усиливает рассматриваемую трекинг-силу.

Ключевые слова: радиальный профиль, релятивистский электронный пучок, ионный канал, пучково-канальное взаимодействие, режим ионной фокусировки.

Библиогр. 14 назв. Ил. 2.

УДК 533.6.011

Кунова О. В., Нагнибеда Е. А. **Поуровневое описание колебательной и химической релаксации в воздухе** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2013. Вып. 3. С. 103–112.

В работе задача о колебательной и химической релаксации пятикомпонентной воздушной смеси $N_2(i)$, $O_2(i)$, $NO(i)$, N , O (i – колебательный уровень молекулы) рассматривается на основе детального поуровневого описания неравновесной кинетики. При этом учитываются химические реакции обмена, диссоциации и рекомбинации, VV и VV' обмены колебательными энергиями при столкновениях молекул одного сорта и разных сортов и VT обмены поступательной и колебательной энергиями. Представлена система уравнений для заселенностей колебательных уровней молекул, числовых плотностей атомов и температуры смеси в приближении невязкого нетеплопроводного газа, подробно рассмотрены релаксационные члены, входящие в уравнения кинетики. Рассмотрена упрощенная система уравнений, описывающая колебательную и химическую релаксацию в той же смеси в пространственно-однородном случае и получено ее численное решение при разных начальных условиях. Показано влияние начальных условий и разных реакций на временную эволюцию заселенностей колебательных уровней молекул, числовых плотностей компонентов смеси, температуры газа и скорость релаксации. Представлено сравнение состава смеси и температуры газа, найденных в поуровневом и однотемпературном приближениях. Полученные результаты могут быть использованы при исследовании неравновесной колебательной и химической кинетики в потоках воздуха.

Ключевые слова: неравновесная кинетика в воздухе, колебательные распределения, химический состав, диссоциация, рекомбинация, обменные реакции.

Библиогр. 12 назв. Ил. 5.

УДК 539.3, 517.5

Мальков В. М., Малькова Ю. В., Степанова В. А. **Двухкомпонентная плоскость из материала Джона с межфазной трещиной, нагруженной давлением** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2013. Вып. 3. С. 113–125.

Рассмотрена нелинейная задача плоской деформации двухкомпонентной плоскости с межфазной трещиной, нагруженной давлением. Предполагается, что механические свойства материалов обеих полуплоскостей описываются моделью гармонического материала Джона. Эта модель позволила применить при решении нелинейных краевых задач методы теории функций комплексной переменной, широко используемые в линейной теории упругости. Теоретические решения некоторых задач по модели Джона получили экспериментальное подтверждение. Ранее для этой модели были получены общие соотношения нелинейной плоской деформации и построены точные решения ряда задач для двухкомпонентной плоскости. В данной работе продолжены исследования задачи о межфазной трещине для случая равномерной нагрузки на берегах. Особенностью задачи является зависимость граничных условий от деформации берегов. Выяснилось, что существуют некоторые критические давления, пропорциональные модулю сдвига, превышение которых ведет к потере устойчивости материала. Обнаружилось также, что условные напряжения в базисе декартовых координат стремятся к бесконечности при движении вдоль линии раздела к концу трещины не только извне трещины, но и изнутри.

Ключевые слова: плоская деформация, межфазная трещина, материал Джона, метод комплексных функций, нагружение давлением.

Библиогр. 11 назв. Ил. 4.

УДК 533.601

Мирошин Р. Н. **Использование обобщенного неравенства Левина—Стечкина в теории локального взаимодействия** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2013. Вып. 3. С. 126–130.

Обобщается интегральное неравенство Левина—Стечкина, и оно используется для оценки коэффициента аэродинамического сопротивления в теории локального взаимодействия. Как пример, рассматривается оценка этого коэффициента для конуса с использованием формулы Ньютона.

Ключевые слова: теория локального взаимодействия, неравенство Левина—Стечкина, формула Ньютона, коэффициент сопротивления.

Библиогр. 11 назв.

УДК 539.3:519.63

Морозов Н. Ф., Товстик П. Е. **Динамика стержня при кратковременном продольном ударе** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2013. Вып. 3. С. 131–141.

Рассматривается кратковременный продольный удар по концу упругого стержня. Предполагается, что время удара меньше времени пробега продольной волны по удвоенной длине стержня. Используется как линейный, так и нелинейный подход.

При линейном подходе полная задача сводится к последовательности двух линейных задач. В первой из них решается волновое уравнение и определяется переменная по времени и по длине стержня осевая сила. После окончания удара эта сила периодична по времени. Во второй задаче исследуются поперечные параметрические колебания стержня, на плоскости параметров построена область неустойчивости и найдены характеристические показатели. В области неустойчивости амплитуда поперечных колебаний неограниченно растет, что находится в противоречии с консервативностью системы.

При нелинейном подходе выведена более точная нелинейная система уравнений. Численное решение задачи Коши для этой системы которая позволяет установить, что амплитуда поперечных колебаний существенно меньше, чем при линейной. Обнаружены биения, связанные с переходом энергии поперечных колебаний в продольные и наоборот.

Как в линейной, так и в нелинейной постановке исследовано влияние вязко-упругих сил сопротивления на вызванные ударом колебания.

Ключевые слова: продольный удар, параметрический резонанс, нелинейность, биения, вязко-упругость.

Библиогр. 10 назв. Ил. 6. Табл. 2.

УДК 533.68

Полянский А. Ф., Лашков В. А., Цителов И. М. **Влияние изменения параметров источников локализованного подвода энергии на сверхзвуковой поток набегающий на затупленное тело** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2013. Вып. 3. С. 142–146.

Работа является продолжением статей [1] и [4] посвященных экспериментальному и численному изучению взаимодействия области энерговыделения микроволнового разряда с ударной волной и влиянию этого явления на аэродинамические характеристики обтекаемого тела, имеющего плоские торец и кормовой срез. Область энерговыделения представляет собой узкий цилиндр очень малого радиуса соосный с обтекаемым телом и расположенный на некотором расстоянии перед ударной волной. В работе исследовано влияние числа Маха, температуры, длины и радиуса зоны энерговыделения на коэффициент сопротивления обтекаемого цилиндра.

Ключевые слова: численное исследование, микроволнового разряда, аэродинамические характеристики, коэффициент сопротивления, узкий цилиндр, числа Маха, обтекаемый цилиндр, выделение энергии.

Библиогр. 4 назв. Ил. 6.

УДК 524.3

Волков Е. В. **Время стохастизации в самогравитирующих системах** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2013. Вып. 3. С. 147–150.

В работе проводится исследование процесса перемешивания в самогравитирующих системах при учете парных взаимодействий точечных масс.

Ключевые слова: самогравитация, релаксация, стохастичность.

Библиогр. 10 назв.

УДК 521.933, 521.937

Петров С. Д., Павловская Н. С. **Глобальные геодинамические эффекты вариаций атмосферного давления: I. Теория** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2013. Вып. 3. С. 151–158.

Рассмотрено влияние пространственно-временных вариаций атмосферного давления на твердую Землю, а именно на геопотенциал, деформации Земли, смещение геоцентра и движение полюсов Земли. Представлен новый вывод соотношения, связывающего коэффициенты разложения гравитационного потенциала атмосферы с коэффициентами разложения поверхностного атмосферного давления в ряды по сферическим функциям. Подробно рассмотрены коэффициенты сферических функций атмосферного потенциала до степени три, их физический смысл и влияние на вариации полной массы атмосферы, координат геоцентра, коэффициента формы Земли, движение полюсов Земли, а также на экваториальное сжатие и асимметрию геоида. В отличие от результатов, полученных другими авторами, рассмотрены не только периодические изменения геодинамических параметров, вызываемые вариациями атмосферного давления, но и их постоянные составляющие.

Ключевые слова: гравитационный потенциал атмосферы, смещение геоцентра, коэффициент формы Земли, движение полюсов Земли.

Библиогр. 16 назв.

ABSTRACTS

UDK 517.925.51

Aleksandrov A. Yu., Zhabko A. P. **On the uniform ultimate boundedness for nonlinear nonstationary systems** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2013. Issue 3. P. 3–11.

A class of nonlinear nonstationary differential equations systems is studied. It is assumed that the right-hand sides of the considered systems are homogeneous functions with respect to phase variables, and the order of their homogeneity is less than one. For such systems, the conditions of ultimate boundedness of solutions are investigated. The approach for the nonstationary Lyapunov functions constructing is proposed. Its usage permits to show that the asymptotic stability of the zero solution of the corresponding averaged system implies the uniform ultimate boundedness for initial nonstationary system. Moreover, the impact of nonlinear time-varying perturbations on the considered equations is studied, and conditions of the preservation of the ultimate boundedness property for perturbed systems are obtained.

The principal novelty of the results of this paper, compare to the known boundedness conditions derived by the application of averaging technique, is that, to guarantee the uniform ultimate boundedness for a nonstationary homogeneous system, right-hand sides of the system need not be fast time-varying. It is shown that in the averaging technique, instead of a small parameter providing the fast time-variation of a vector field, the orders of homogeneity can be used.

Keywords: nonstationary systems, ultimate boundedness, homogeneous functions, averaging method, Lyapunov functions.

Bibliogr. 19 references.

UDK 519.7

Amelina N. O. **Local voting protocol for decentralized load balancing of network with switched topology and noise in the measurements** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2013. Issue 3. P. 12–20.

In this paper the applicability of the local voting protocol for decentralized load balancing of network with switched topology and noise in the measurements under unsteady problem formulation was studied. The local voting protocol is stochastic approximation type algorithm, which was widely used for consensus problems in various distributed network systems. In this paper the robust local voting protocol with nonvanishing step size was used and conditions of approximate network balancing were obtained.

The performance of the system is evaluated by simulations of simultaneously processing of 10^6 tasks by 1024 agents with 2048 links. We consider the computer network with redistribution of tasks and without redistribution. It was shown that the adaptive multi-agent strategy with the redistribution of tasks among neighbors is significantly better at distributing work than a strategy in which tasks were sent randomly and then are not redistributed. Obtained results could also be used for control of production networks, multiprocessor, sensor or multicomputer networks, etc.

Keywords: local voting protocol, decentralized load balancing, switched topology, noise, stochastic network.

Bibliogr. 21 references. Fig. 3.

UDK 519.21

Vallander S. S. **Some remarks concerning axiomatics of probability theory** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2013. Issue 3. P. 21–23.

Traditional version of the well-known Kolmogorov axioms for probabilities includes various properties of the set of events and of probabilities corresponding to these events. Roughly speaking this version postulates among other properties that events form an algebra of sets and that

probability is a measure on this algebra. We discuss several topics connecting with empirical explanation of the axioms and emphasize the attention on the fact that such explanation leads naturally to some modifications of the axioms. In particular, not all properties of the algebra can be explained empirically. The possibility of satisfiability for operation of union and intersection even for two events cannot be fully justified. So, we can assume (in necessary cases) that more general systems of sets will appear as the natural systems of events. Some structural properties of the mentioned systems are noted. Two examples of such generalized systems are pointed out.

Keywords: probability, Kolmogorov axioms.

Bibliogr. 5 references.

UDK 519.21

Gribkova N. V. On the Berry—Esséen type bounds and asymptotic approximations for slightly trimmed means // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2013. Issue 3. P. 24–38.

In this paper we investigate the second order asymptotic behavior of trimmed means $T_n = \frac{1}{n} \sum_{i=k_n+1}^{n-m_n} X_{i:n}$, where k_n, m_n are sequences of integers, $0 \leq k_n < n - m_n \leq n$, such that $r_n := \min(k_n, m_n) \rightarrow \infty$, as $n \rightarrow \infty$, the $X_{i:n}$'s denote the order statistics corresponding to a sample X_1, \dots, X_n of n i.i.d. random variables. In particular, we focus on the case of slightly trimmed means, when $\max(k_n, m_n)/n \rightarrow 0$, as $n \rightarrow \infty$.

In [11] the Berry—Esséen type bounds of the order $O(r_n^{-1/2})$ for the normal approximation to T_n was obtained and it was shown that this order is best possible when $\mathbf{E}X_1^2 = \infty$. Moreover, in [11] the one-term expansions of the Edgeworth type for slightly trimmed means and for their Studentized versions were established.

In this paper we supplement the results of [11] by the Berry—Esséen type bounds and the asymptotic approximations for the case $\mathbf{E}X_1^2 < \infty$.

Keywords: slightly trimmed mean, intermediate trimmed mean, asymptotic normality, Berry—Esséen bound, Edgeworth expansion.

Bibliogr. 18 references.

UDK 517.929

Zuber I. E., Gelig A. Kh. Uncertain systems: stability, instability, attractor // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2013. Issue 3. P. 39–46.

A system

$$\dot{x} = A(\cdot)x + b(\cdot)u,$$

where $A(\cdot) \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $b(\cdot) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$, is considered. Let the elements of the matrix $A(\cdot)$ and of the column $b(\cdot)$ be arbitrary bounded nonanticipating functionals. Suppose that the condition of uniform controllability

$$\inf_{(\cdot)} |A^{n-1}(\cdot)b(\cdot), \dots, A(\cdot)b(\cdot), b(\cdot)| > 0.$$

is fulfilled.

If the matrix A and the vector b are constant, it is known how to obtain a feedback vector s in the control $u = (s, x)$, which assigns an arbitrary spectrum for the closed-loop system. In particular, in this way the asymptotic stability of the system can be ensured, when the spectrum is set in the left half-plane. If A and b are not constant, the feedback vector $s(\cdot)$ obtained by these formulas also sets an arbitrary spectrum of the closed-loop system, but does not ensure asymptotic stability. For the chosen constant spectrum lying in the left half-plane the feedback $u = (s(\cdot), x)$ whose coefficients are expressed via the elements of $A(\cdot)$ and $b(\cdot)$ is constructed. The conditions when the closed-loop system is globally exponentially stable are found. A similar result is obtained for the discrete-time system

$$x(k+1) = A(k)x(k) + b(k)u(k).$$

Keywords: modal stabilization, nonlinear systems, uniform controllability.

Bibliogr. 5 references.

UDK 517.9:531.36

Leonov G. A., Zaretskiy A. M., Solovyeva E. P. **An estimation method of transient processes of induction machines** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2013. Issue 3. P. 47–69.

This paper considers induction motors with wound rotor and cage rotor. It is assumed that magnetic field, generated by stator windings, is constant in magnitude and rotates with constant angular speed. A detailed derivation of differential equations, describing dynamics of considered induction motors, is presented. In addition, the geometry of rotors is taken into account fully. As a result of a special nonsingular change of coordinates the initial systems are split and reduced to a system of third order. The stable equilibrium states are determined. They correspond to operating modes of induction motors. The ultimate load problem and the speed control problem are discussed. These problems lead to the necessity to estimate the transient processes of induction machines. An estimation method of transient processes, which occur due to changes of motor operation parameters, is developed and based on modification of the non-local reduction method. The estimates of ultimate permissible loads on induction motors and control ranges of the system parameters, which correspond to additional external active and inductive resistances, are obtained. As well as estimations of the attraction domain of stable equilibrium states of systems.

Keywords: induction machines, wound rotor, transient processes, stability, the ultimate load problem, the control problem, the non-local reduction method.

Bibliogr. 21 references. Fig. 10.

UDK 519.2

Nezvorov V. B. **Record values with restrictions** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2013. Issue 3. P. 70–74.

Record values are very popular in the probability theory and mathematical statistics. There are numerous books and papers where the classical record values and record times, that is, records in the sequences of independent identically distributed random variables, are considered. At the last time some new different types of record values (the records in F^α -schemes, record values in the sequences of nonidentically distributed random variables, records with confirmations, δ -exceedance record values) were suggested and studied.

In the given paper a new record scheme (the so-called records with restrictions) is introduced. Different situations, when such types of records may be useful, are considered. The common distributions of these record values and some their properties are given. In very important partial cases, when the initial random variables are independent and have same exponential distribution, simple representations via sums of the independent identically distributed random terms are obtained for the record values with restrictions.

Keywords: record times, record values, records with restrictions.

Bibliogr. 9 references.

UDK 519.71

Ponomareva A. Yu., Chirkov M. K. **On a minimization method for generalized “optimistic” fuzzy automata** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2013. Issue 3. P. 75–81.

In the paper it is theoretically ground and elaborated a special method for minimization of the states number and construct a minimal form of a generalized minimax (“optimistic”) fuzzy automata, which is based on the previously proven theorem about maximin and minimax fuzzy matrices product. It is proved that from the given generalized minimax (“optimistic”) fuzzy automaton may be turn to its equivalent generalized maximin (“pessimistic”) fuzzy automata, which is an addition to the initial minimax automaton. It is also proved that if given generalized minimax and maximin fuzzy automata are addition of each other, their minimal forms have same number of states. Firstly, that permits to turn from the generalized minimax fuzzy automaton

to equivalent generalized maximin fuzzy automaton, then, secondly, to minimize the obtained generalized maximin fuzzy automaton by known method of transform matrix and turn back to its addition, and, thirdly, to get a minimal form of initial generalized minimax (“optimistic”) fuzzy automaton. As a result, the procedure and the corresponding algorithm of minimization of the number of states and of construct a minimal form of a generalized minimax (“optimistic”) fuzzy automaton have been worked out. Finally, an example of application of the proposed special method of minimization to the given generalized “optimistic” fuzzy automaton is given.

Keywords: “optimistic” fuzzy automata, equivalence relation, minimization problem, special minimization method.

Bibliogr. 5 references.

UDK 517.518.86

Stojanoska I. S. Shapiro Polynomials of the second kind // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2013. Issue 3. P. 82–88.

The classical Shapiro polynomials (Shapiro polynomials of the first kind) were introduced in 1951 by Harold Shapiro in his Master’s thesis while investigating specific trigonometric sums. The coefficients of these polynomials take values of -1 and 1, and the vectors of these coefficients are mutually orthogonal in the corresponding finite space. The Shapiro polynomials have properties useful for various applications in digital signal processing. In this paper we introduce the Shapiro Polynomials of the second kind by changing the initial conditions in the recursive equations and we obtain their relation to the Shapiro Polynomials of the first kind. Besides the results, analogical to the known results for the polynomials of the first kind, in this work, the following is obtained: a relation between the coefficients of the basic and the complementary Shapiro polynomials of first and second kind, namely their pair-wise orthogonality is proved, and the number of positive coefficients for all the polynomials are calculated.

Keywords: Shapiro polynomials, orthogonality.

Bibliogr. 5 references.

UDK 519.2

Frolov A. N. On probabilities of small deviations for some iterated stochastic processes // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2013. Issue 3. P. 89–97.

We investigate the asymptotic behavior of probabilities of small deviations for some iterated stochastic processes. We first show that the logarithmic asymptotics of these probabilities crucially depend on the limiting behavior of the essential infimum of the iterating process. Then we derive some conditions under which the logarithmic asymptotics are similar for iterated and non-iterated processes. We further discuss the optimality of these conditions and show that when they fail, the asymptotics of probabilities of small deviations are quite different in the iterated and non-iterated cases. It turns out that these asymptotics may be of different orders. Some iterated Gaussian processes are considered as examples. There are the Slepian process and the fractional Ornstein–Uhlenbeck process between them. Our results may be applied to another centered stationary Gaussian processes with a.s. continuous trajectories and positive correlation functions, too.

Keywords: probabilities of small deviations, iterated processes, iterated Gaussian processes.

Bibliogr. 18 references.

UDK 533.932.12:537.533.3

Kolesnikov E. K., Manuilov A. S. On the influence of a relativistic electron beam and ion channel radial profiles on the beam-channel interaction force in the ion-focused regime // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2013. Issue 3. P. 98–102.

Within the framework of "the rigid beam" concept the problem of force interaction of the relativistic electron beam (REB) propagating in the ion focused regime with the ion plasma

channel is studied. Two cases are considered when the beam and ion density profiles are of either Bennett or Gaussian forms. The formulas for the force acting on a displaced REB from the ion plasma channel are obtained. These forces depend on the density profile forms, beam displacement amplitude and parameters describing the ratio of a characteristic ion channel radius and the beam radius. By applying the algorithms with the help of MATLAB's software it is shown that in the Bennett case the force maximum value is 1.5 times smaller than this maximum in the Gaussian case. Also it is found that the radial ion channel expansion about the beam profile reduces drastically the force value. Obtained results are in a good agreement with well-known experimental works.

Keywords: Radial profile, relativistic electron beam, ion channel, beam-channel interaction, ion-focused regime.

Bibliogr. 14 references. Fig. 2.

UDK 533.6.011

Kunova O. V., Nagnibeda E. A. State-to-state description of vibrational and chemical relaxation in the air // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2013. Issue 3. P. 103–112.

Modeling of non-equilibrium kinetic processes in high temperature reacting mixtures is important for many applications. The most accurate description of non-equilibrium processes is based on consideration of the equations for the detailed state-to-state vibrational and chemical kinetics coupled to the gas dynamic equations.

In the present paper, a closed self-consistent description of the five-component non-equilibrium reacting air mixture $N_2(i)$, $O_2(i)$, $NO(i)$, N, O is proposed on the basis of the state-to-state approximation. The system of governing equations for vibrational level populations of molecules, number densities of atomic species, gas velocity and temperature is written taking into account non-equilibrium vibrational energy transitions, dissociation, recombination and exchange reactions. The system is simplified for the case of the space homogeneous mixture and solved numerically for different initial conditions. The role of different reactions in the evolution of vibrational distributions, mixture composition and gas temperature is discussed. The comparison of the mixture composition and gas temperature found in the state-to-state and thermal equilibrium one-temperature approaches is presented and the influence of a kinetic model on macroscopic gas parameters is shown.

Keywords: non-equilibrium kinetics, vibrational distributions, dissociation, recombination, exchange reactions.

Bibliogr. 12 references. Fig. 5.

UDK 539.3, 517.5

Mal'kov V. M., Mal'kova Yu. V., Stepanova V. A. Bi-material plane of John's material with interface crack loaded by pressure // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2013. Issue 3. P. 113–125.

The nonlinear plane strains problem of a bi-material plane with an interface crack loading pressure is examined. It is supposed, that mechanical properties of both materials half-planes are described by John's model harmonious material. This model allows using methods of the theory of the complex variable functions, widely used in the linear elasticity, at the decision of nonlinear boundary value problems. Theoretical solutions of some problems on John's model have received experimental confirmation. Earlier for this model the general relations of nonlinear plane strains have been received and exact decisions of some problems for a bi-material plane are constructed. In the given work researches of a plane problem about an interface crack are continued for a case of uniform loading on coast. Feature of a problem is dependence of boundary conditions on deformation of coasts. It was found out, that there are some critical pressures proportional to

the shear module which excess conducts to the lost of stability material. It was found out also, that nominal stresses in basis of the Cartesian coordinates tends to infinity at approaches along of interface by the tips of a crack not only from the outside cracks, but also from within.

Keywords: plane strains, interface crack, John's material, complex functions method, pressure loading.

Bibliogr. 11 references. Fig. 4.

UDK 533.601

Miroshin R. N. Using the generalized Levin—Stechkin inequality in localized interaction theory // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2013. Issue 3. P. 126–130.

The Levin—Stechkin inequality is proposed for estimation of the integral of the product of two functions through the product of two integrals of each of functions. The inequality is useful in the case, when the initial integral cannot be calculated analytically, but the integrals of the factors are standard. Introducing the power moments for each function, one may generalize the Levin—Stechkin inequality and then obtain more accurate estimate for the integral of the product of these functions. In the paper the Levin—Stechkin inequality is generalized and then applied to estimate the drag coefficient in the localized interaction theory. As an example, the drag coefficient is estimated for a cone with the help of Newton's formula.

Keywords: localized interaction theory, Levin—Stechkin inequality, Newton's formula, the drag coefficient of a cone.

Bibliogr. 11 references.

UDK 539.3:519.63

Morozov N. F., Tovstik P. E. The rod dynamics under short longitudinal impact // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2013. Issue 3. P. 131–141.

A short longitudinal impact on the rod end is studied. It is assumed that the impact time is shorter than the time during which the longitudinal wave passes the rod twice. The main purpose of the research is to study the bending vibrations generated by the longitudinal impact. Two approaches to solution (linear and nonlinear) are used.

In the linear approach the initial problem is reduced to two linear problems. In the first of them the wave equation is solved and the axial force depending on the axial co-ordinate and on the time is found. The wave reflects from the clamped and free rod edges. It leads to a periodic longitudinal compression and extension. Then the parametric stability of bending vibrations is analyzed, the domain of instability in the plane of parameters is obtained, and the characteristic indices are found.

In the linear approximation in the instability domain the amplitude grows unlimitedly. However this result is suspicious since after the impact the mechanical system under consideration is conservative. That is why the nonlinear system of PDE describing the axial-bending vibrations is obtained and studied. By using the Bubnov—Galerkin method the system of PDE is reduced to the system of ordinary differential equations. The Cauchy problem for the last system with the non-zero initial conditions is solved numerically. The obtained bending amplitude, which is significantly smaller than in the linear case, is limited in time. The beats with the interaction of axial and bending vibrations are revealed.

Both in the linear and nonlinear solutions the visco-elastic resistance forces are taken into consideration. In the linear approach the small viscosity does not prevent the unlimited growth of the bending amplitude.

Keywords: longitudinal impact, parametric resonance, nonlinearity, beats, visco-elasticity.

Bibliogr. 10 references. Fig. 6. Tabl. 2.

UDK 533.68

Polianskij A. F., Lashkov V. A., Tsitelov I. M. **Parametrical Research of Influence of the Localized Energy Supply on Aerodynamic Characteristics of the Blunted Body in a Supersonic Stream** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2013. Issue 3. P. 142–146.

Numerical research of the interaction of energy release zone of a microwave discharge with the shock wave and of the impact of this phenomenon on the aircraft aerodynamic characteristics is made. The effect of Mach number, temperature, length and radius of the energy release zone on a resistance of streamlined cylinder is analyzed. It is shown the initiation of the irregular flow regimes may happen for the flow around a blunt cylinder due to changes in these parameters. These regimes are characterized by a radical change of the shock-wave structure with the formation of zones with the intense vortex motion near the front and rear end of the cylinder.

Keywords: microwave discharge energy, aerodynamic characteristics, drag coefficient, narrow cylinder, Mach number, streamlined cylinder, energy release.

Bibliogr. 4 references. Fig. 6.

UDK 524.3

Volkov E. V. **Stochastization time in self-gravitating systems** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2013. Issue 3. P. 147–150.

While investigating the mixing process in self gravitating systems with binary interactions of point masses we can reveal two different time scales. One of them indicates the beginning of trajectories stochastization, the other designs the end of mixing after, which we can use statistical methods in study of the system. The estimates of those time scales are brought out from simple considerations, which are based on the comparison of regular and irregular forces operating on any particle in self gravitating system.

Keywords: self-gravitation, relaxation, stochastisity.

Bibliogr. 10 references.

UDK 521.933, 521.937

Petrov S. D., Pavlovskaya N. S. **Global geodynamic effects of the atmospheric pressure variations: I. Theory** // Vestnik St.Petersburg University. Ser. 1. 2013. Issue 3. P. 151–158.

Influence on the solid Earth of the spatial and temporal variations of the atmospheric pressure is considered, namely on the geopotential, solid Earth deformations, geocenter displacements and polar motion. A new derivation for an equation connecting the expansion coefficients of the atmospheric gravitational potential with the expansion coefficients of the surface atmospheric pressure into the series of spherical harmonics is presented. Spherical harmonic expansion coefficients of the atmospheric potential up to the third degree are discussed in detail, namely their physical meaning and influence on variations of the total atmospheric mass, geocenter coordinates, Earth form factor, polar motion, and the equatorial flattening and asymmetry of the geoid. In addition to the results of other authors not only periodic variations of the geodynamic parameters, caused by the atmospheric pressure variations, but also their permanent counterparts are considered.

Keywords: atmospheric gravitational potential, geocenter displacements, Earth form factor, polar motion.

Bibliogr. 16 references.

CONTENTS

Mathematics

<i>Aleksandrov A. Yu., Zhabko A. P.</i> On the uniform ultimate boundedness for nonlinear nonstationary systems.....	3
<i>Amelina N. O.</i> Local voting protocol for decentralized load balancing of network with switched topology and noise in the measurements.....	12
<i>Vallander S. S.</i> Some remarks concerning axiomatics of probability theory.....	21
<i>Gribkova N. V.</i> On the Berry—Esséen type bounds and asymptotic approximations for slightly trimmed means.....	24
<i>Zuber I. E., Gelig A. Kh.</i> Uncertain systems: stability, instability, attractor.....	39
<i>Leonov G. A., Solovyeva E. P., Zaretskiy A. M.</i> An estimation method of transient processes of induction machines.....	47
<i>Nevezorov V. B.</i> Record values with restrictions.....	70
<i>Ponomareva A. Yu., Chirkov M. K.</i> On a minimization method for generalized “optimistic” fuzzy automata.....	75
<i>Stojanoska I. S.</i> Shapiro Polynomials of the second kind.....	82
<i>Frolov A. N.</i> On probabilities of small deviations for some iterated stochastic processes.....	89

Mechanics

<i>Kolesnikov E. K., Manuilov A. S.</i> On the influence of a relativistic electron beam and ion channel radial profiles on the beam-channel interaction force in the ion-focused regime.....	98
<i>Kunova O. V., Nagnibeda E. A.</i> State-to-state description of vibrational and chemical relaxation in the air.....	103
<i>Mal'kov V. M., Mal'kova Yu. V., Stepanova V. A.</i> Bi-material plane of John's material with interface crack loaded by pressure.....	113
<i>Miroshin R. N.</i> Using the generalized Levin—Stechkin inequality in localized interaction theory..	126
<i>Morozov N. F., Tovstik P. E.</i> The rod dynamics under short longitudinal impact.....	131
<i>Polianskij A. F., Lashkov V. A., Tsitelov I. M.</i> Parametrical Research of Influence of the Localized Energy Supply on Aerodynamic Characteristics of the Blunted Body in a Supersonic Stream.....	142

Astronomy

<i>Volkov E. V.</i> Stochastization time in self-gravitating systems.....	147
<i>Petrov S. D., Pavlovskaya N. S.</i> Global geodynamic effects of the atmospheric pressure variations: I. Theory.....	151

Chronicle

In memory of Anatoly Ivanovich Buravtsev (On the 90th anniversary of birth).....	159
--	-----

Abstracts	172
------------------------	-----